



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ



Факултет по индустриални технологии

Катедра „Теория на механизмите и машините“



Маг. инж. Иво Йотов Йотов

**МОДЕЛИРАНЕ И ИЗСЛЕДВАНЕ НА СИСТЕМИ ЗА
ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ЕНЕРГИЯ, БАЗИРАНИ НА СПЛАВИ С
ПАМЕТ НА ФОРМАТА**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертация за придобиване на образователна и научна степен
"ДОКТОР"

Професионално направление: 5.1 „Машинно инженерство“

Научна специалност: „Теория на механизмите,
машините и автоматичните
линии“

Научни ръководители: **проф. д-р инж. Тодор Тодоров**
доц. д-р инж. Елица Гиева

СОФИЯ, 2025 г.

I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Актуалност на проблема

Във връзка с нарастващата необходимост от устойчиви енергийни източници и ефективни системи за преобразуване на енергията моделирането и синтезът на енергопреобразуващи системи със сплави с памет на формата (СПФ) се явяват като важна област на изследвания. Тези специални материали предлагат уникални възможности за преобразуване на енергията поради своите изключителни механични и термични свойства.

Използването на СПФ в енергийните системи представлява обещаващо направление за разработване на интелигентни и ефективни решения. СПФ имат способността да запазват определена форма и след това да се връщат към първоначалната си форма при определени термични или механични стимули. Тази уникална способност ги прави подходящи за приложения в различни енергийни системи като например сензори за топлина и напрежение, термални актуатори и механични резонатори.

В този контекст изследванията в областта на моделирането и синтеза на енергопреобразуващи системи със СПФ се фокусират върху оптимизирането на технологиите за производство, разработването на нови методи за моделиране и симулация, както и върху разширяването на приложенията им в различни сфери на енергийната индустрия. Тези изследвания се стремят към създаването на по-ефективни и устойчиви енергийни системи, които да отговарят на нарастващите потребности на обществото за чиста и устойчива енергия.

Цел на дисертационния труд, основни задачи и методи за изследване

Целта на дисертационния труд на тема „Моделиране и изследване на енергийно преобразуващи системи, базирани на сплави с памет на формата“ е да изследва и проучи възможностите за приложение на сплавите с памет на формата в енергийната индустрия. Конкретната цел на дисертацията е да се даде обстоен анализ на технологиите за моделиране и синтез на енергопреобразуващи системи, които използват сплави с памет на формата като ключов компонент.

Основните аспекти, които дисертацията разглежда, включват:

1. Изследване на свойствата на сплавите с памет на формата и техните възможности за преобразуване на енергията.
2. Анализ на съществуващите модели и методи за моделиране на енергопреобразуващи системи със сплави с памет на формата.

3. Разработване на нови модели и методи за оптимизация на енергопреобразуващите системи със сплави с памет на формата.

4. Експериментално потвърждение на ефективността на различни енергопреобразуващи системи, базирани на сплави с памет на формата.

5. Изследване на потенциалните приложения на тези системи във възобновяемата енергетика, умните градове, автомобилната индустрия и други области.

Като цяло, дисертацията има за цел да допринесе за по-доброто разбиране и използване на СПФ в сферата на енергийните технологии, като предостави нови знания и решения за съвременните предизвикателства в областта на енергетиката.

Задачите и аспектите на дисертационния труд на тема „Моделиране и изследване на енергийно преобразуващи системи, базирани на сплави с памет на формата“ могат да бъдат формулирани по следния начин:

1. Преглед на актуалната литература, свързана с използването на сплави с памет на формата в енергийните приложения, както и на изследванията по моделиране и синтез на енергопреобразуващи системи с тяхно участие.

2. Детайлен анализ на механичните, термичните и енергийни свойства на сплавите с памет на формата и техните възможности за използване в енергопреобразуващи системи.

3. Създаване на математически модели за представяне на поведението на енергопреобразуващите системи със сплави с памет на формата, включително техните динамични и термични характеристики.

4. Проектиране и синтез на енергопреобразуващи системи, в които сплавите с памет на формата са ключов компонент, с цел постигане на по-висока ефективност и устойчивост.

5. Провеждане на експериментални изследвания, за да се потвърди валидността на разработените математически модели и предложените енергопреобразуващи системи.

6. Анализ на получените резултати от изследванията и формулиране на изводи относно ефективността и приложимостта на моделираните и синтезирани енергопреобразуващи системи със сплави с памет на формата.

7. Подготовка и представяне на дисертационния труд, както и публикуване на научните резултати в научни списания.

Научна новост

Проектиран е нов енергиен харвестер, използващ самовъзбуждащи се термомеханични осцилации, базирани на сплави с памет на формата под въздействие на топлинна енергия. Настроиват се честотите на вибриране с помощта на постоянни

магнити. Свойствата на тази система са изследвани теоретично чрез динамичен модел, в който са отчетени хистерезисните свойства на СПФ, отдаването на електроенергия на PVDF конзолите и силите на настройващите осцилации постоянни магнити. Задачата на създадения динамичен модел на енергийния харвестер е решена чрез уравненията на Лагранж от втори род. Получената свързана система от три диференциални уравнения е решена спрямо трите обобщени координати, които са хоризонтална позиция x , вертикална позиция y и електрически заряд q , чрез който се определя генерираното напрежение v .

Практическа приложимост

Разглежданият нов уред за събиране на топлинна енергия може да намери различни приложения за преобразуване на енергията. Показани са възможностите за повишаване на генерираната мощност на гореописания харвестер чрез настройване на честотите на вибриране с помощта на постоянни магнити. Настройването на честотите може да бъде разширено, като се обхванат както конвенционални макромашаби, така и микромашаби.

Апробация

Дисертационният труд е докладван и обсъден на катедрен съвет на катедра „Теория на механизмите и машините“ при ТУ – София.

Публикации

Резултатите от дисертацията са отразени в три публикации, които са на английски език. Всичките публикации са отпечатани в списание MDPI.

Структура и обем на дисертационния труд

Дисертационният труд е в обем от **145** страници, като включва увод, **4** глави за решаване на формулираните основни задачи, списък с общите изводи, списък на основните приноси, списък на публикациите, списък на цитирания на публикациите по дисертацията, списък с предложения за награди по темата и използвана литература. Цитирани са общо **186** литературни източници, като **185** са на латиница и **1** на кирилица, а останалите са интернет адреси. Работата включва общо **30** фигури и **6** таблици. Номерата на фигурите и таблиците в автореферата съответстват на тези в дисертационния труд.

II. СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

ГЛАВА 1. ОБЗОР ПО ПРОБЛЕМА

Дисертационният труд е насочен към разработката и изследването на новаторски системи за преобразуване на енергия, базирани на СПФ. Тези сплави показват специфични термомеханични свойства, които позволяват възстановяване на първоначалната форма на материала при промяна на температурата, което ги прави високоефективни за иновативни приложения в областта на енергетиката.

Разгледани са физичните и химични характеристики на СПФ, тяхната кристална структура и фазови преходи. Анализирани са различните видове сплави, като нитинол, и са обсъдени техните свойства и потенциал за приложение в енергийни системи. Представени са примери за използване на тези сплави в задвижващи механизми в авиацията и автомобилостроенето, системи за оползотворяване на отпадна топлина и медицински устройства, като стендове и микроактуатори. Дискутират се предизвикателствата, свързани с интеграцията на СПФ в тези системи, както и потенциалните ползи от това.

Създаден е математически модел на термомеханичното поведение на СПФ. Представени са детайлни уравнения, които описват фазовите преходи и тяхната зависимост от външни фактори като температура и механично напрежение. Извършен е анализ на моделите, за да се оцени точността и тяхната приложимост. Разработени са и са валидирани симулационни модели на енергийни системи, използващи СПФ за конверсия на топлинна енергия в механична работа. Описани са експериментални подходи, метод за събиране на данни и сражнителен анализ на резултатите от симулациите. Съответствието между експерименталните резултати и теоретичните модели потвърждава валидността на разработените модели.

Предложен и валидиран е способ за увеличаване на термомеханичните осцилации с 11%, в резултат на което електрическото напрежение се увеличава с 130%. В резултат на действието на постоянните магнити мощността на изходното напрежение на топлоенергийния комбайн се увеличава от 1,9 μW на 8,19 μW , което е увеличение с около 330%.

В заключение, дисертацията подчертава значението на СПФ като материал за бъдещето в системите за преобразуване на енергия. Разработените модели и експериментални изследвания предоставят основа за разширяване на възможностите за използване на тези материали в промишлеността. Препоръките за

бъдещи изследвания включват усъвършенстване на химичния състав на сплавите и оптимизация на структурното проектиране на различни видове системи, за да се увеличи ефективността и надеждността на устройствата със СПФ.

ГЛАВА 2. АНАЛИЗ НА ОБЗОРА И ИЗГОТВЯНЕ НА КЛАСИФИКАЦИЯ

На този етап е трудно да се изчисли ефективността на представения тук енергиен харвестер. Основната причина за това е липсата на данни за входящата топлина. Ориентировъчни изчисления могат да бъдат направени въз основа на данни за ефективността на термомеханичното преобразуване на СПФ = 14% и механично – електрическото преобразуване на PVDF = 12,4%. Произведението на тези два коефициента показва, че приблизителната гранична ефективност на преобразуване на представения тук енергиен харвестер е около 1,75%. Тази стойност е силно завишена и би била трудно постижима на практика. По отношение на ефективността на преобразуване на топлината в електрическа енергия най-ефективни остават термоелектрическите генератори, за които 17% не е практически проблем. Също така в са посочени стойности на ефективността на термоелектрическите генератори от 23%.

Ниската ефективност на преобразуване на предложениия тук енергиен харвестер, особено в сравнение с термоелектрически генератор, не трябва да обезсилва направените наблюдения. Съвременната тенденция в областта на енергийните харвестери е да се търсят източници за преобразуване на енергията при всякакви условия на средата и с всякакви средства. Едно от предимствата на новопредложения термичен харвестер е, че той може да работи като комбиниран преобразувател на излишната топлина и излишната вибрация. Въпреки че те работят на базата на температурната разлика в термоелектрическите генератори, разпределенията на температурните полета са различни от тези на представения тук термичен харвестер.

Освен че не съдържа оловни съединения, пиезоелектричният материал PVDF е избран заради неговата гъвкавост, ниска цена и наличност на пазара. Изследваният тук термичен харвестер работи с честота от порядъка на 10 Hz. При тази ниска честота пиезоелектрическият материал PVDF не се представя добре и неговата ефективност на електрическо преобразуване е ниска. За да се увеличи честотата на индуцираните от нагревателя вибрации, предложената конструкция трябва да се оптимизира. Един от начините за увеличаване на честотата е да се намали дължината на СПФ нишката и да се намали масата на сферите. Увеличаването на конвективната възможност на СПФ нишката

също ще увеличи честотата на вибрациите. Това може да се постигне чрез използване на повече от една СПФ нишка, но с по-малък диаметър. Това ще увеличи приемащата топлина повърхност при една и съща маса, което от своя страна ще повиши температурната времеконстанта. Глобално решение, което увеличава честотата, е да се сведе до минимум размерът на термичния харвестер. В този случай теорията на мащабирането показва, че топлинните процеси ще се ускорят и естествената честота ще се увеличи пропорционално на коефициента на мащабиране.

По отношение на температурата материалът PVDF губи пиезоелектричните си свойства при температура над 100°C . Този недостатък също ограничава приложението на предложения енергиен харвестер, особено в случаите, когато пиезоелектричните конзоли са в близост до нагревателя. Поради ниската честота текущите термични цикли, генерирани от СПФ жиците, не са съвместими с оптималния работен диапазон на PVDF.

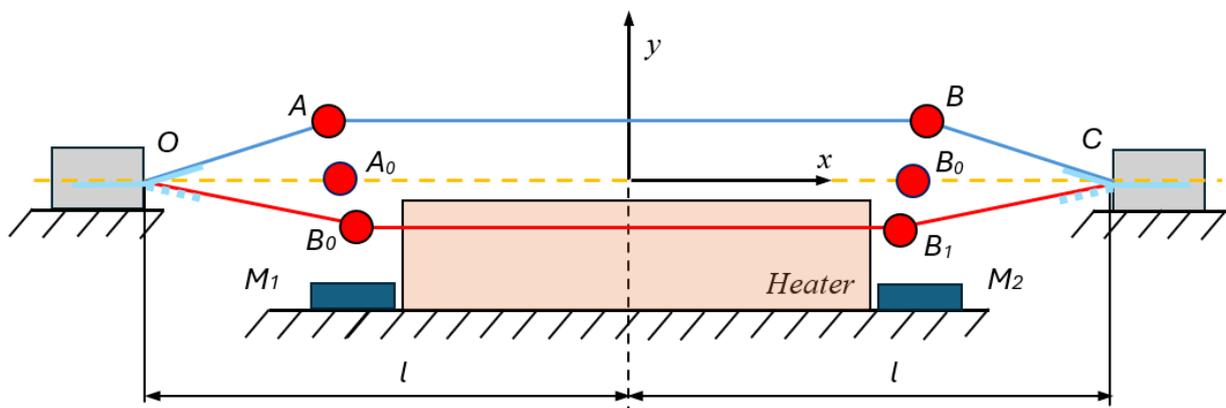
Термичният енергиен харвестер е изследван по-горе при условие, че нагревателят има постоянна температура, от която се предизвикват самовъзбудени вибрации. Ако нагревателят или друг източник на топлина има ниска честота или периодични промени на температурата, ще се прояви хибридно действие на изследвания харвестер. Хибридният характер се допълва и от ефекта на случайните външни механични вибрации на опорите, които се предават на PVDF конзолите чрез СПФ нишката. Всички тези хибридни източници на енергия ще разширят възможностите на изследваното устройство за събиране на енергия. Проучването на въздействието на хибридните енергийни източници ще бъде интересна тема за бъдещи изследвания.

Специфично практическо приложение на разглеждания „температууроуловител“ е способността му да работи при отрицателни температури като „източник на студена топлина“. Топлинните самовъзбудени вибрации могат да съществуват при отрицателни температури, ако над студения източник на топлина има променливо температурно разпределение. Известно е, че температурата на аустенитния преход на СПФ материалите може да варира в голям диапазон (от -200 до 600°C) и това свойство е предпоставка за това специфично приложение.

ГЛАВА 3. ПРОЕКТИРАНЕ НА ЕНЕРГИЕН ХАРВЕСТЕР СЪС СПФ И ФЕРОМАГНИТНИ МАСИ В МАГНИТНО ПОЛЕ

Термоелектричният енергиен харвестер се състои от нишка от СПФ, която е фиксирана между две неподвижни опори O и C , разположени симетрично спрямо неподвижен нагревател. Върху

нишката в близост до нагревателя са монтирани неподвижно две еднакви сфери, върху които действат магнитни сили, породени от симетрично разположени NdFeB магнити (M_1 и M_2). Във фиксираните краища на нишката от СПФ са разположени две пиезоелектрични конзоли OP_1 и OP_2 , които са монтирани с помощта на термоустойчиво фолио, така че да следват огъването на нишката. Цялата конструкция е симетрична спрямо ордината y на неподвижната координатна система O_{1xy} (Фигура 1). Материалът на нишката е сплав с памет на формата от нитинол, известна под търговската марка Flexinol®. За пиезоелектричните конзоли са използвани два вибрационни сензора тип DT1-052K, които са изградени от тънък пиезоелектричен филм от PVDF, метализиран със сребро от двете страни. Тези сензори представляват еластични електроди, покрити с пластмасови предпазни слоеве и галванично свързани с изводи за запояване.



Фигура 1 Схема на термоелектричния енергиен харвестер

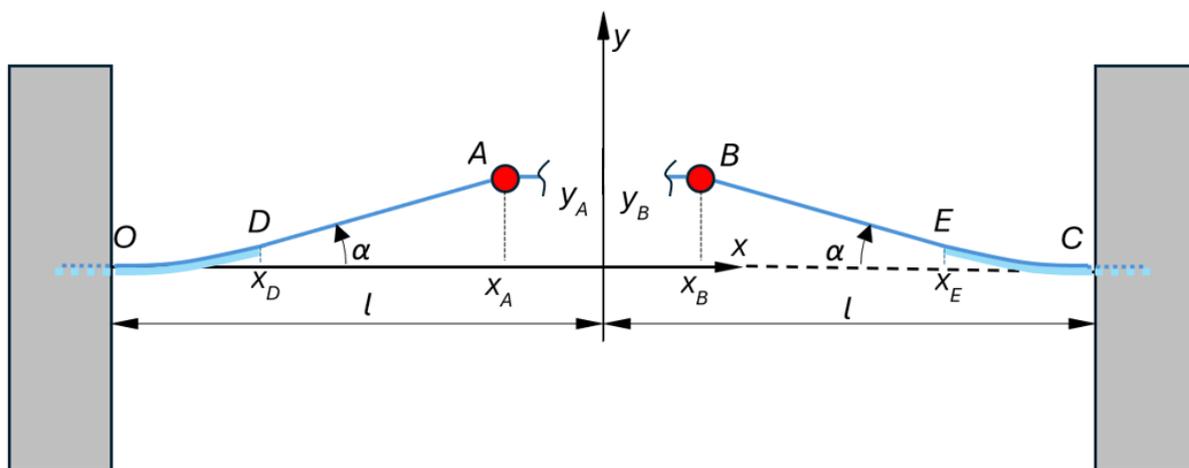
Енергийният харвестер е базиран на промените на температурата над нагревателя, които в близост до неговата повърхнина са високи и предизвикват контракции на нишката от СПФ и едновременно ѝ отдалечаване от топлата зона.

Разстоянието между двете опори OC може да се регулира, което създава възможности за монтиране на нишката от СПФ с предварителен опън или провисване (Фигура 1). Принципът на действие на осцилатора е следният – под влиянието на теглото на двете сфери нишката от СПФ провисва и се доближава до нагревателя на позиция OA_1B_1C , което повишава температурата ѝ и предизвиква нейното съкращаване и втвърдяване. В резултат на това нишката се издига обратно вертикално, отдалечавайки се от нагревателя и достигайки позиция OA_0B_0C . Следва понижаване на температурата, омекване и отпускане на нишката. Под действието на теглото на сферите нишката отново пада и доближава нагревателя (OA_1B_1C). Върху монтираните неподвижно две еднакви сфери действат магнитни сили, породени от симетрично

разположени NdFeB магнити (M_1 и M_2). Тези действия се повтарят непрекъснато, което води до цикличен вибрационен процес на системата от СПФ нишка и маси. В близост до опорите вибрационните огъвания на нишката от СПФ се предават на пиезоелектричните конзоли и те генерират електрическа енергия.

ГЛАВА 4. ДИНАМИЧЕН МОДЕЛ

При съставяне на модела на пиезоелектричната конзола е прието, че в областите на пиезоелектричните конзоли от PVDF, нишката и конзолата се допират плътно, като формата им е апроксимирана с парабола. Параметрите на тази парабола са избрани така, че да са удовлетворени условията на окачването на еластичните елементи във фиксирания край, а свободният край да е с наклон α , съвпадащ с наклона на нишката от СПФ в крайните участъци на термомеханичния генератор (Фигура 2).



Фигура 2 Предположения, приети при определянето на деформациите на пиезоелектричните конзоли

Допускането за зависимостта на температурата и магнитните сили на средния участък от позицията y води до представянето на еластична константа във функция на времето. Потенциалният характер на системата дава основание за силите на нишката от СПФ да се изведат чрез уравненията на Лагранж от втори род. Определянето на деформациите на пиезоелектричните елементи в съответствие с [1] (стр. 102) е направено в [2], където параболата на линията на деформация за лявата PVDF конзола е приета както е описана в формулата:

$$y_l = a(x + l)^2 = ax^2 + 2alx + al^2 \quad x \in [-l, -l + l_p], \quad (1)$$

където l_p е дължината на пиезоелектричната конзола, a е коефициент, който може да се определи, ако се приеме, че ъгълът на наклона в края на конзолата съвпада с този на СПФ нишката в същата точка. Коефициентът a е получен чрез:

$$a = \frac{y_A}{l_p(2x_A - l_p + 2l)}. \quad (2)$$

Използвайки диференциалното уравнение на еластичната линия на Ойлер-Бернули:

$$y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_y}{EI}, \quad (3)$$

огъващият момент се изразява чрез:

$$M_y = -y''EI, \quad (4)$$

където E е модул на Юнг, I е инерционен момент. Втората производна на еластичната линия се намира след диференциране и се получава:

$$M_y = -\frac{2EIy_A}{l_p(2x_A - l_p + 2l)}. \quad (5)$$

Напрежението, установено в пиезоелектричната PVDF конзола, е описано в закона:

$$\sigma = \frac{M_y}{W_y} = -\frac{2EIy_A}{l_p(2x_A - l_p + 2l)W_y}. \quad (6)$$

Тогава деформацията се изразява със закона на Хук:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\frac{2ly_A}{l_p(2x_A - l_p + 2l)W_y}. \quad (7)$$

Абсолютната надлъжна деформация на лявата пиезоелектричната PVDF конзола се определя чрез:

$$\Delta l_{pl} = \varepsilon l_p = -\frac{2ly_A}{(2x_A - l_p + 2l)W_y}. \quad (8)$$

По подобен начин за абсолютната надлъжна деформация на дясната пиезоелектрична PVDF конзола вследствие на симетрията на системата се получава:

$$\Delta l_{pr} = \varepsilon l_p = \frac{2ly_B}{(2x_B + l_p - 2l)W_y}. \quad (9)$$

Тъй като пиезоелектрическата конзола има правоъгълно напречно сечение с широчина w и височина h_p , инерционният момент за напречното сечение се изчислява по формулата:

$$I = \frac{wh_p^3}{12}, \quad (10)$$

а за съпротивителния момент важи изразът:

$$W = \frac{wh_p^2}{6}. \quad (11)$$

Абсолютната надлъжна деформация на лявата PVDF конзола се преобразува в:

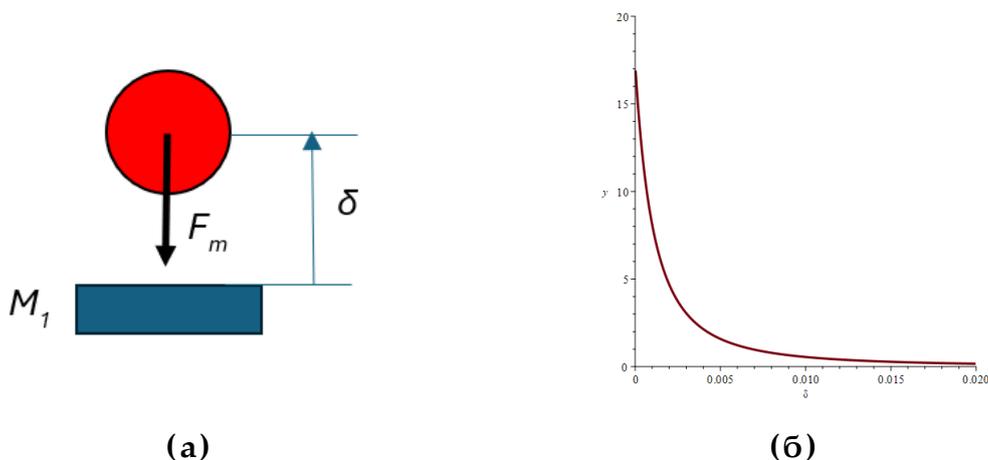
$$\Delta l_{pl} = -\frac{y_A h_p}{2x_A - l_p + 2l}, \quad (12)$$

Аналогично за абсолютната надлъжна деформация на дясната PVDF конзола вследствие на симетрията на системата следва (68).

За силата F_m между една сфера и постоянен магнит тук е приета зависимостта:

$$F_m = \frac{\kappa}{(\delta_0 + \delta)^2}, \quad (13)$$

която е изведена чрез числени симулации и експерименти в [3]. Във формула (13) константата κ е наречена *имагинерна магнитна маса*, δ_0 е *имагинерна начална хлабина* и δ е разстоянието между сферата и повърхнината на магнита (*Фигура 3 (а)*).



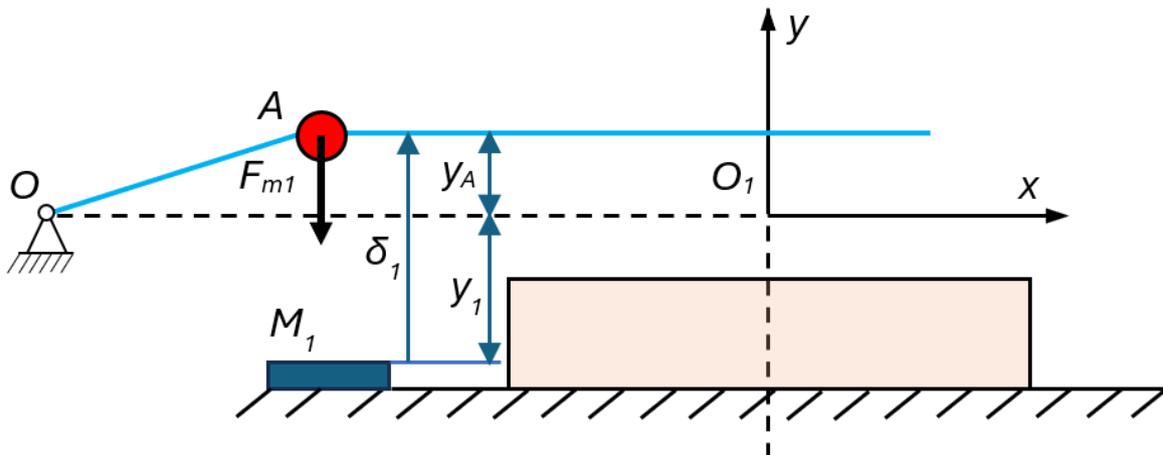
Фигура 3 *Магнитна сила между постоянен магнит и сфера от феромагнитен материал: (а) постановка на задачата; (б) графична характеристика на магнитната сила*

Магнитната сила при условна нулева междина (наречена е *условна*, защото практически никога разстоянието между сферата и магнита не може да е равно на нула поради грапавините и отклоненията от формите на двете повърхнини) при $\delta = 0$ е в сила началната магнитна сила:

$$F_{m0} = \frac{\kappa}{\delta_0^2}, \quad (14)$$

откъдето е видна размерността на имагинерната магнитна маса κ [Nm^2]. Характеристиката на магнитната сила във функция на преместването δ е показана на *Фигура 3 (б)*.

За определяне на силата, с която магнитът M_1 действа на една от сферите и тяхната потенциална енергия, е използвана постановката, показана на *Фигура 4*. Разгледано е едно текущо положение на масата в точка A , разположено на позиция y_A . Влиянието на преместването на масите по оста x върху магнитните сили е пренебрегнато.



Фигура 4 *Магнитни сили, действащи на сферата в точка A в произволно положение y_A*

Като се вземе предвид, че:

$$\delta_1 = y_1 + y_A, \quad (15)$$

съгласно (14) магнит M_1 ще упражни силата:

$$F_{m1} = \frac{-\kappa}{(\delta_0 + y_1 + y_A)^2}. \quad (16)$$

Потенциалната енергия на силата на магнит M_1 , действаща върху маса в точка A , е определена след интегриране:

$$E_{mA} = \int \frac{-\kappa}{(\delta_0 + y_1 + y_A)^2} dy_A = \frac{\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}. \quad (17)$$

Вследствие на симетрията (*Фигура 1*) аналогично за масата в точка B е изразена магнитната потенциална енергия:

$$E_{mB} = \frac{\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}. \quad (18)$$

Сумарната потенциална магнитна енергия за двете маси е:

$$E_m = E_{mA} + E_{mB} = \frac{2\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}. \quad (19)$$

Допускането за зависимостта на температурата на средния участък от позицията y води до представянето на топлинната еластична константа във функция на времето. Потенциалният характер за разпределението на температурата в близост до нагревателя дава основание за силите на нишката от СПФ да се изведат чрез уравненията на Лагранж от втори род.

Така описаният енергиен харвестер има четири механични степени на свобода и два електрически контура или обобщените координати са общо шест, четири от които са механични координати x_A, x_B, y_A, y_B и две електрически q_l и q_r , които са електрическите заряди съответно на лявата (фиксираната в точка O) и дясната (фиксираната в точка C) конзола.

За пиезоелектричните конзоли също се приема, че имат идентични параметри и от симетричната им ориентация следват субституциите $q_l = q, q_r = q$. Симетрията на системата намалява броя на обобщените координати наполовина, които след полаганията се ограничават до x, y и q . Прието е, че механичната система при движението си се намира в своята симетрична конфигурация спрямо ос y , което прави валидни субституциите $x_O = -l, x_C = l, y_O = 0, y_C = 0, l_1 = l_3, \Delta l_1 = \Delta l_3$ и $l_2 = 2(l - l_{10})$, където $l = \frac{oc}{2}$. Това означава, че в Лагранжиана се съдържат кинетичната, потенциалната и пиезоелектричната енергия, а поведението на електромеханичната система се описва от свързана система от три диференциални уравнения, съответстващи на трите симетрични обобщени координати.

Кинетичната енергия на механичната система, след като е взета предвид симетрията, е получена във вида:

$$E_K = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2), \quad (20)$$

където с точка са означени производните на координатите спрямо времето t , а m е масата на една сфера.

Вторият компонент на Лагранжиана е потенциалната енергия, която се акумулира в нишката от СПФ в студените крайни участъци OA и BC , както и в средния участък AB , в който променя температурата си и модула на Юнг. Поради тези предпоставки за потенциалната енергия е валиден изразът:

$$E_p = \frac{k_l}{2} (\Delta l_1^2 + \Delta l_3^2) + \frac{k_T}{2} \Delta l_2^2 + \frac{2\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A} = k_l \Delta l_1^2 + \frac{k_T}{2} \Delta l_2^2 + \frac{2\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}, \quad (21)$$

където k_l е еластичната константа на крайните студени участъци, определена чрез:

$$k_l = \frac{E_1 A}{l_1}, \quad (22)$$

k_T е температурна еластичната константа, която е функция на температурата на нишката от СПФ и се определя от:

$$k_T = \frac{E_2 A}{l_2}, \quad (23)$$

с пояснението

$$k_T = k_T(x_A(t), y_A(t)). \quad (24)$$

Третият компонент в Лагранжиана е енергията на пиезоелектричната PVDF конзола, която в съответствие с [1] (стр. 102) и след като се разгледа симетрията, се представя във вида описан в:

$$E_{pe} = \frac{q^2}{C(1-k_{33}^2)} - \frac{2d_{33}K_a}{C(1-k_{33}^2)} q \Delta l_p + \frac{K_a \Delta l_p^2}{(1-k_{33}^2)}, \quad (25)$$

където C е еквивалентен капацитет на пиезоелектричния преобразувател, ϵ_{33} и d_{33} са съответно диелектричната проницаемост и пиезоелектричната константа на PVDF конзолата, s^E е податливостта на пиезоелектричната конзола при постоянно електрическо поле и k_{33}^2 е коефициент на електромеханично свързване на PVDF.

Системата от свързани диференциални уравнения се извежда след диференциране на Лагранжиана съгласно уравненията на Лагранж от втори род, които имат вида:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \Lambda}{\partial q_i} = Q_i, i = 1, 2, 3, \quad (26)$$

в което обобщените координати са $q_1 = x$, $q_2 = y$ и $q_3 = q$, а обобщените сили имат вида:

$$\begin{aligned}
Q_1 &= -\beta_x \dot{x} \\
Q_2 &= -2mg - \beta_y \dot{y}, \\
Q_3 &= -R_L \dot{q}
\end{aligned} \tag{27}$$

където β_x , β_y са коефициенти на вискозни съпротивления съответно по ос x и y , g е земното ускорение, R_L е товарното съпротивление във веригата на пиезоелектричните конзоли, когато са свързани паралелно.

След диференцирането е изведена системата:

$$\begin{cases}
m\ddot{x} + k_l \Delta l_1 \frac{(x+l)}{\sqrt{(x+l)^2 + y^2}} + k_T(y) \Delta l_2 \frac{K_a h_p y}{C K_p [l_p - 2(x+l)]^2} \left(C \Delta l_p - d_{33} q + \frac{\varepsilon_{33} \omega \Delta l_p^2}{h_p} \right) = -\beta_x \dot{x} \\
m\ddot{y} + k_l \Delta l_1 \frac{y}{\sqrt{(x+l)^2 + y^2}} - \frac{k}{(\delta_0 + y_1 + y_A)^2} - C_p \frac{2C \Delta l_p - 2d_{33} q + \frac{\varepsilon_{33} \omega}{h_p}}{2C^2 K_p} = -2mg - \beta_y \dot{y} \\
d_{33} K_a \Delta l_p - q = -R_L \dot{q}
\end{cases}, \tag{28}$$

където:

$$C_p = \frac{K_a h_p}{l_p - 2(x+l)}. \tag{29}$$

Производната на топлинната еластичната константа на средния участък е:

$$\frac{dk_T(y)}{dy} = \frac{d}{dy} \frac{E_2 A}{l_2} = \frac{A}{l_2} \frac{dE_2}{dy}, \tag{30}$$

където производната на модула на Юнг спрямо y за средния участък има вида описан в:

$$\frac{\partial E_2}{\partial y} = \begin{cases} (E_m - E_a) \frac{dR_m}{dy} & \text{if } 0 \leq \varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_m^y \\ (E_T - E_a) \frac{dR_m}{dy} & \text{if } \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_m^d. \\ (E_d - E_a) \frac{dR_m}{dy} & \text{if } \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_{s2} \end{cases} \tag{31}$$

Функцията на разпределението на топлинното поле над нагревателя модифицира относителната мартензитна фракция в:

$$R_m = \begin{cases} \frac{S_R}{2} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_e)} + T_0}{\lambda_T} \right) + R_C S_R \text{ if } y \leq y_e \\ \frac{S_R}{2} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h + T_0}{\lambda_T} \right) + R_C S_R \text{ if } y_e < y < y_f \\ \frac{S_R}{2} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_f)} + T_0}{\lambda_T} \right) + R_C S_R \text{ if } y \geq y_f \end{cases} \quad (32)$$

Производната на относителната мартензитна фракция спрямо преместването y е характеризирана чрез:

$$\frac{dR_m}{dy} = \begin{cases} \frac{S_R T_h}{2\lambda_T \theta^2} e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_e)} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_e)} + T_0}{\lambda_T} \right) \text{ if } y \leq y_e \\ 0 \text{ if } y_e < y < y_f \\ \frac{S_R T_h}{2\lambda_T \theta^2} e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_f)} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_f)} + T_0}{\lambda_T} \right) \text{ if } y > y_f \end{cases} \quad (33)$$

Системата (28) е решена числено след понижаване на реда чрез неявен метод на Ойлер от 5-ти ред при начални условия, дадени в Таблица 1. За целта е създадена специална програма на Maple 16.

Таблица 1 Стойности на параметрите на системата диференциални уравнения

Параметър	Символ	Стойност	Размерност
Междина между електродите на пиезоелектричната конзола	h_p	28×10^{-9}	m
Дължина на пиезоелектричната конзола	l_p	0.0235	m
Ширина пиезоелектричната конзола	w	0.0102	m
Диелектрична проницаемост на PVDF	ϵ_{33}	9.7396×10^{-11} *	F/m
Податливост на пиезоелектричната конзола при постоянно електрическо поле	S_{33}^E	0.384×10^{-10} *	Pa^{-1}
Пиезоелектрична константа на PVDF	d_{33}	-27.1*	pC/N
Коефициент на електромеханично	k_{p33}	16*	%

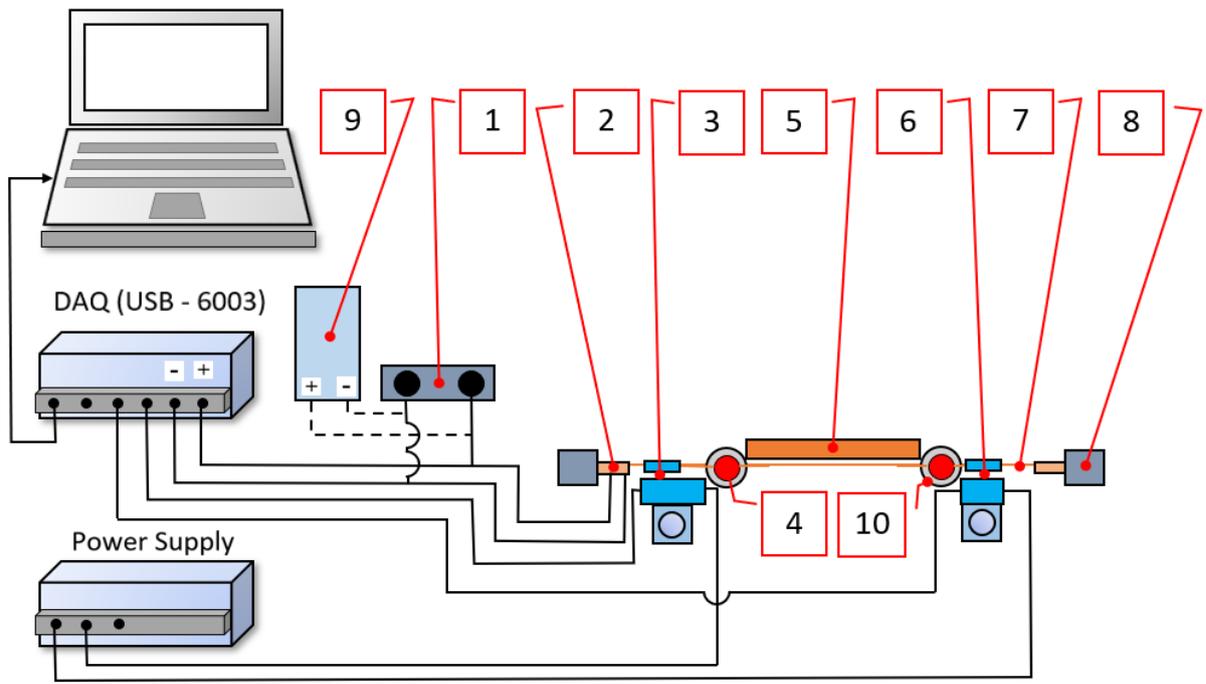
свързване на PVDF			
Надлъжен модул на Юнг на PVDF	E_p	2.5*	<i>GPa</i>
Междупорно полуразстояние	l	0.026	<i>m</i>
Полудължина на нишката от NiTi	l_{s0}	0.25	<i>m</i>
Маса на сферата	m	$6 \cdot 10^{-3}$	<i>kg</i>
Земно ускорение	g	9.81	<i>m/s²</i>
Дължини на крайните участъци на NiTi нишката	$l_1 = OA_0$ $l_3 = B_0C$	0.14	<i>m</i>
Дължина на средния участък на NiTi нишката	$l_2 = A_0B_0$	0.24	<i>m</i>
Диаметър на NiTi нишката	ds	0.00025	<i>m</i>
Модул на Young за NiTi в изцяло двойникуван мартензит	E_m	21.7**	<i>GPa</i>
Модул на Young за NiTi в частично двойникуван мартензит	E_T	0.56**	<i>GPa</i>
Модул на Young за NiTi в отдвойникуван мартензит	E_a	11.1**	<i>GPa</i>
Модул на Young за NiTi в аустенит	E_a	55.5**	<i>GPa</i>
Относителна надлъжна деформация на провлачване за двойникуван мартензит	ε_m^y	0.0024**	--
Минимална относителна надлъжна деформация на отдвойникуван мартензит	ε_m^d	0.0044**	--
Стартова аустенитна температура на NiTi	A_S	55.99**	°C
Финална аустенитна температура на NiTi	A_f	64.05**	°C
Стартова мартензитна температура на NiTi	M_s	25.24**	°C
Финална мартензитна температура на NiTi	M_f	21.44**	°C
Аустенитна коригираща температура	b_a	0.01	°C
Аустенитен коефициент	c_a	1.95	--
Мартензитна коригираща температура	b_m	0.01	°C

Мартензитен коефициент	c_m	2.17	--
Начална позиция на максималната температура	y_e	0.0095	m
Крайна позиция на максималната температура	y_f	0.023	m
Условна дължина за наклона	θ	0.0042	m
Стайна температура	T_0	20	$^{\circ}C$
Максимална температура на нишката от NiTi	T_h	70	$^{\circ}C$
Надлъжен коефициент на демпфериране	β_x	0.00042	kg/s
Напречен коефициент на демпфериране	β_y	0.0014	kg/s
Товарно съпротивление	R_L	От 5×10^5 до 7×10^6	Ω
Начална скорост по x	$\dot{x}(0)$	0	m/s
Начална скорост по y	$\dot{y}(0)$	0	m/s
Начална позиция по x	$x(0)$	-0.1	m
Начална позиция по y	$y(0)$	0.01	m
Разстоянието между сферата и повърхнината на магнита	δ	0.01	m
Имагинерната магнитна маса	κ	8.14×10^{-5}	Nm^2

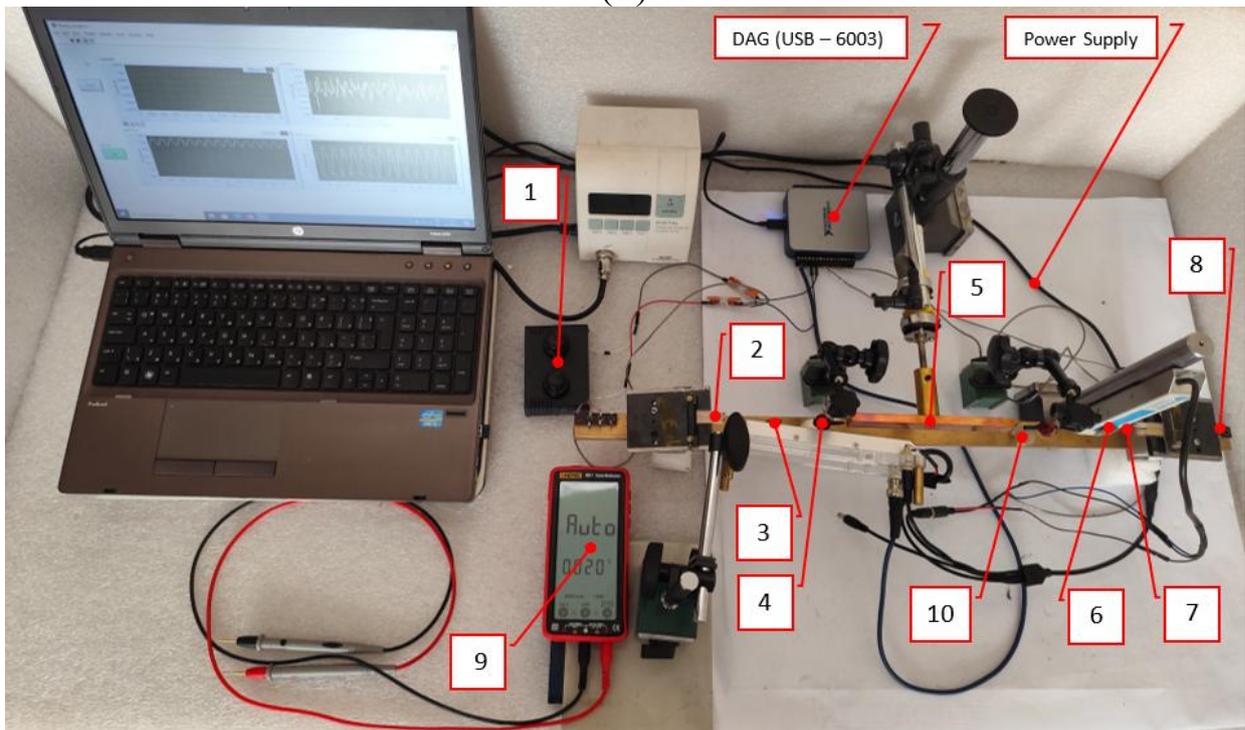
*По данни от [4] **Свойствата на NiTi са определени експериментално в [5].

ГЛАВА 5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ПРОВЕРКА

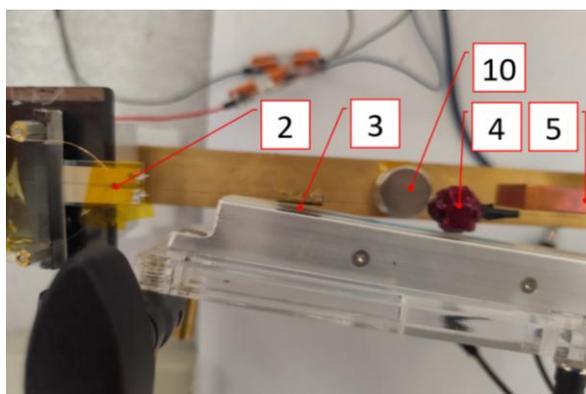
За валидиране на резултатите от числената симулация на динамичния модел е създадена експериментална установка, чиято цялостна концепция е изяснена схематично на *Фигура 5 (а)*. На *Фигура 5 (б)* е показано как изглежда тя отгоре. *Фигура 5 (в)* е близък поглед на лявата страна на енергийния харвестер с PVDF конзолата 2, на сензора за хоризонтална позиция 3, тежест 4, нагревателя 5 и магнити 10. *Фигура 5 (г)* е снимка на дясната част на енергийния харвестер, на която се вижда сферата 4, нагревателя 5, сензора за вертикална позиция 6, нишката от СПФ 7, дясната опора 8 и магнити 10.



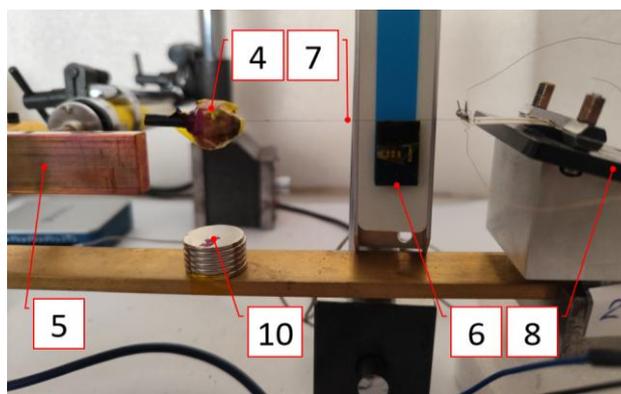
(a)



(b)



(в)

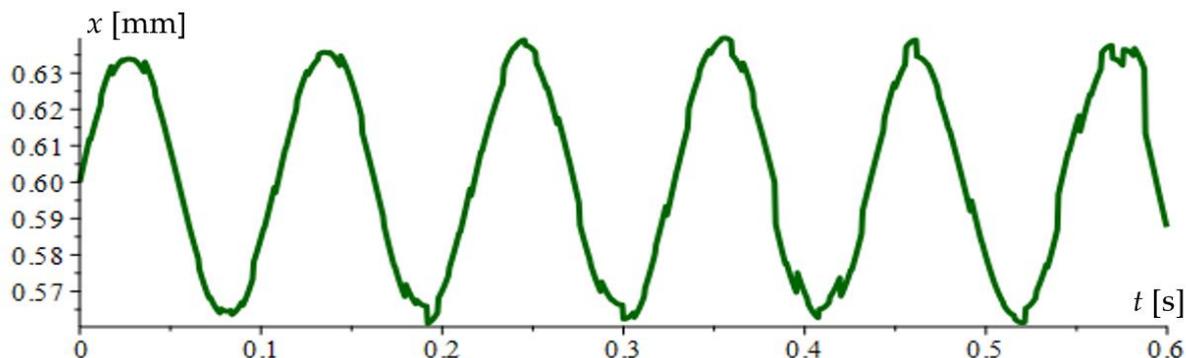


(г)

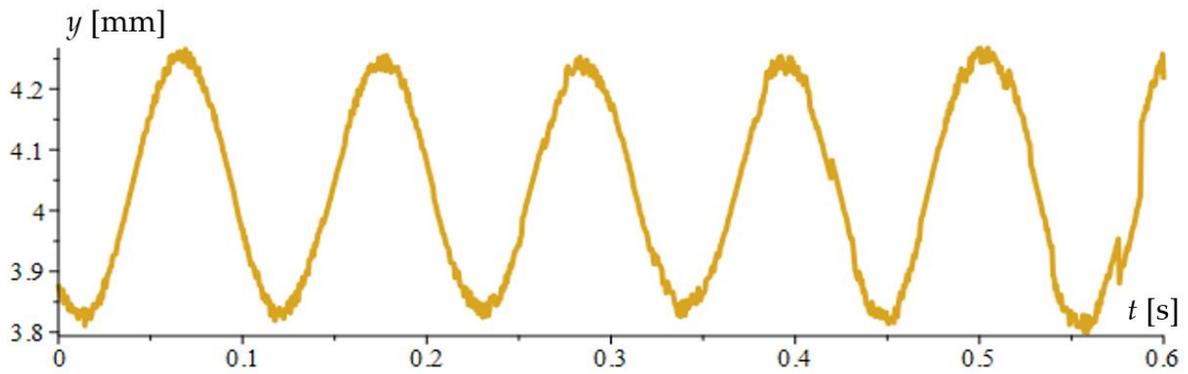
Фигура 5 Установка за експериментално изследване на термоелектричния енергиен харвестер: (а) схема и цялостна концепция; (б) снимка отгоре на цялата опитна установка (в) частичен изглед на лявата страна (г) частичен изглед на дясната страна на енергийния харвестер

Опитната установка, съдържа нагревателя 5, разположен в средата нишката от СПФ 7, сферите 4, върху които действат директно NdFeB магнити 10. Добавени са сензори за определяне на хоризонталното 3 и вертикалното 6 преместване на масите. Тези сензори са тип АРО-075-002-000 на TT Electronics Ltd UK. Паралелно на изходите на двете пиезоелектрични греди 2 са свързани променливи товарни резистори 1, чието съпротивление се настройва чрез омметър 9. Напрежението от пиезоелектричните греди и двата сензора за позиция постъпват в Data Acquisition System DAQ USB – 6003 на фирмата National Instruments, след което се обработват от лаптоп чрез програма на LabVIEW 11, за да се записват във файл в Excel.

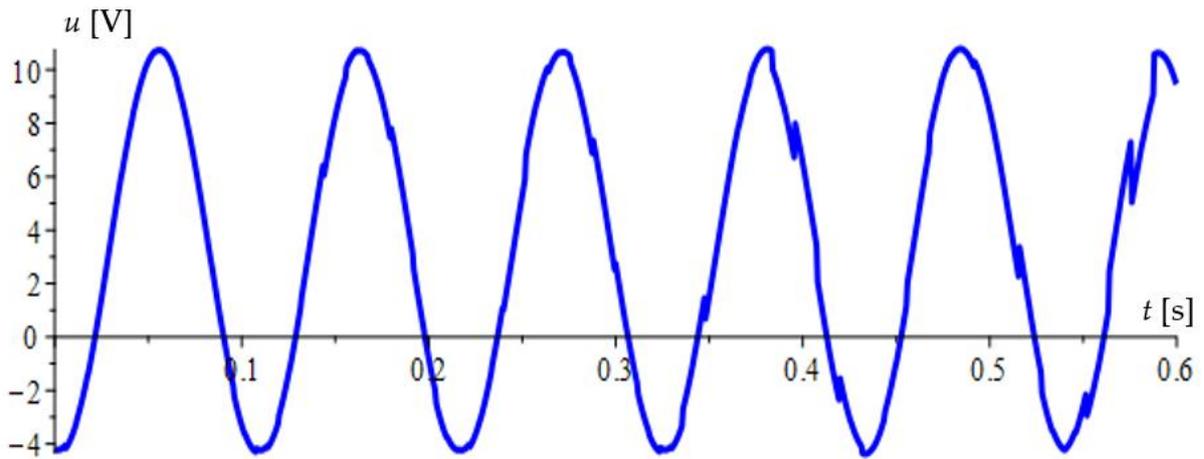
На *Фигура 6* са показани резултатите от числената симулация на системата от диференциални уравнения. Графиките, получени от теоретичните резултати, потвърждават реалното поведение на енергийния харвестер под влияние на NdFeB магнити. От графиките се вижда, че честотите и амплитудите на трептенията съвпадат, като стохастичните процеси и тук са налице.



(а)



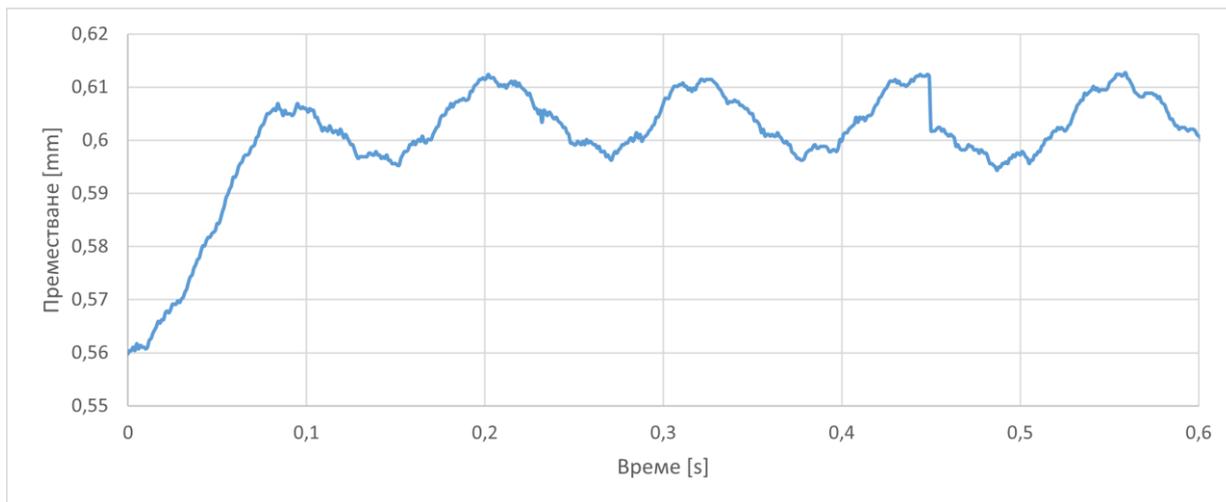
(б)



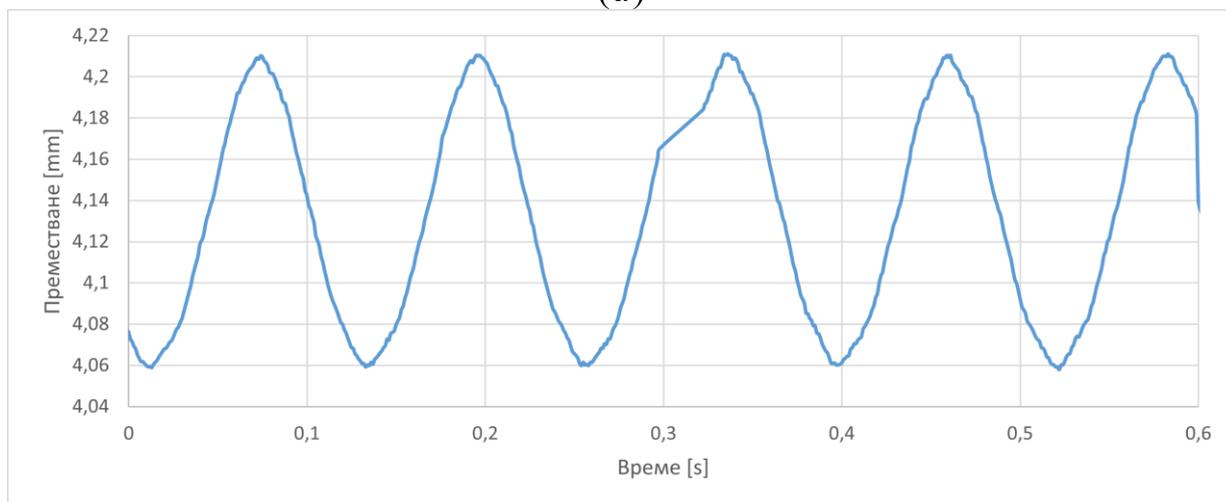
(в)

Фигура 6 Графики на численото решение на системата, получено чрез данните от Таблица 1; (а); преместване по ос x ; (б) преместване по ос y ; (в) измерено напрежение на PVDF конзолата.

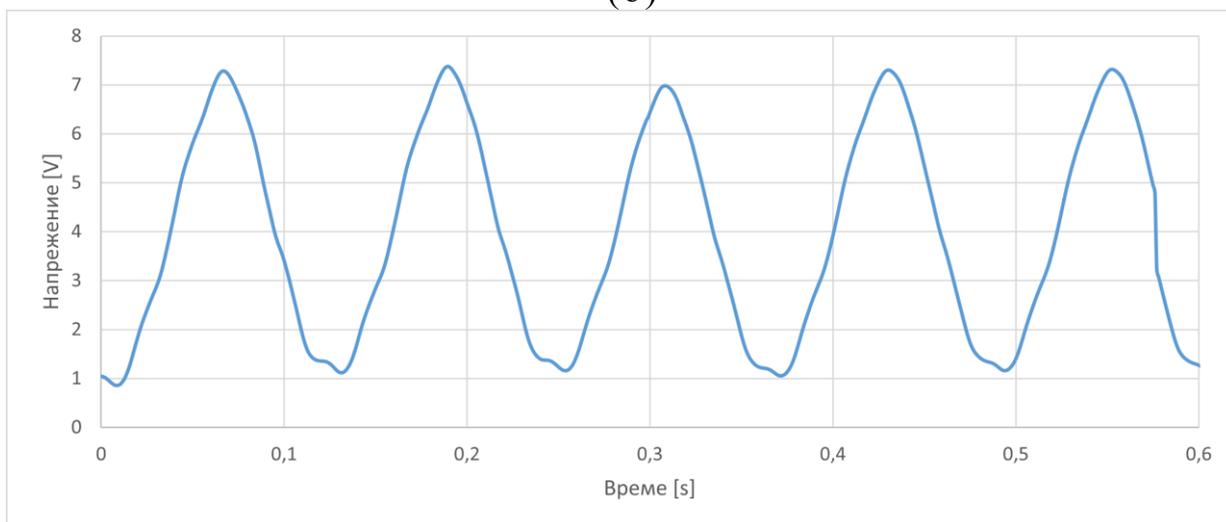
Поради променливия характер на коравината на топлото сечение и наличието на различни хистерезиси, трептенията по трите оси имат псевдопериодичен или по-скоро стохастичен характер. Тъй като трептенията по оста x са сума от топлинни и еластични премествания, те са ясно различни на графиката, където се наблюдава модулация с по-висока честота (Фигура б).



(а)



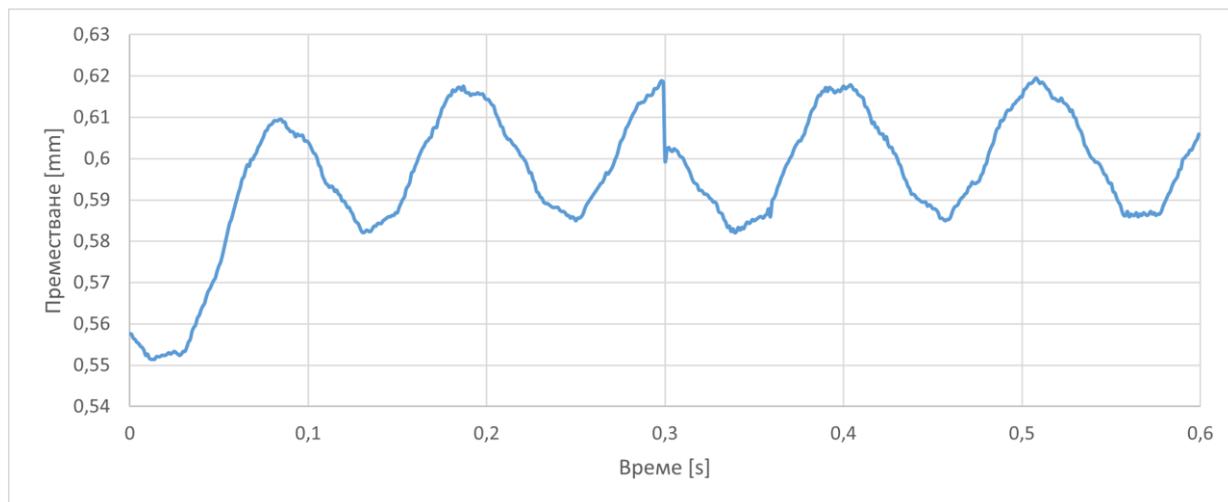
(б)



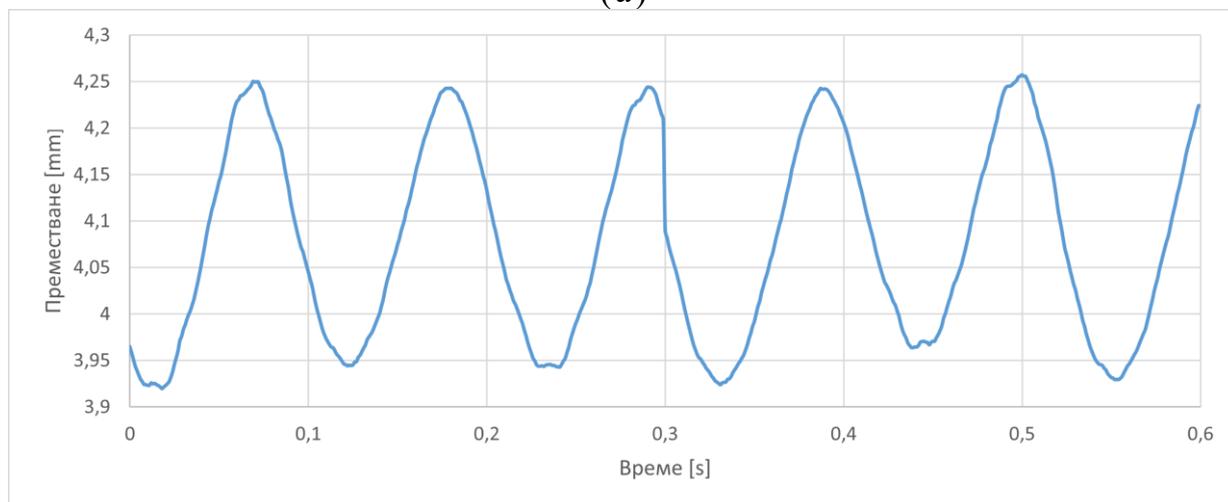
(в)

Фигура 7 *Експериментални резултати на работа на системата без влияние на NdFeB магнити и температура на нагревателя от 70 °C: (а) преместване на сферата по ос x; (б); преместване на сферата по ос y; (в) напрежение на една от PVDF конзолите*

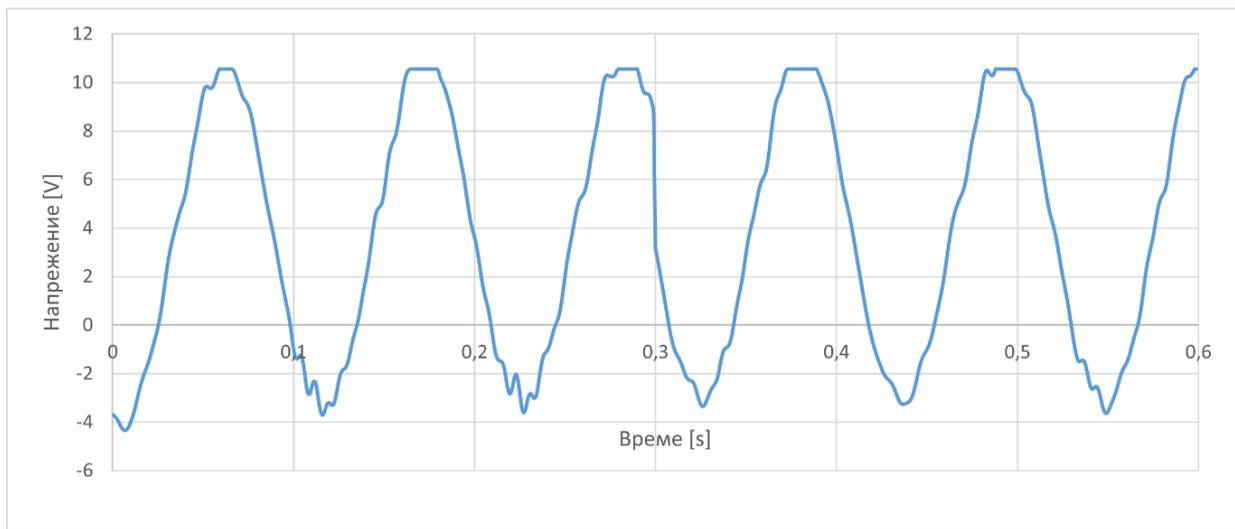
От съпоставянето на *Фигура 7* и *Фигура 8* е видно, че добавянето на NdFeB магнити подобрява работата на системата. Честотата на осцилиране ω се увеличава от $8,3 \text{ Hz}$, достигайки $\omega = 9,2 \text{ Hz}$, което в този случай представлява увеличение на честотата с около 11%. Скоростта на системата е увеличена, преместването δ нараства, допринасяйки за повишаване на деформацията σ в PVDF конзолата и оттам на генерираното изходно пик до пик напрежение от $6,12$ до $14,14 \text{ V}$, което представлява около 130% увеличение на изходното напрежение на енергийния комбайн с магнити.



(а)



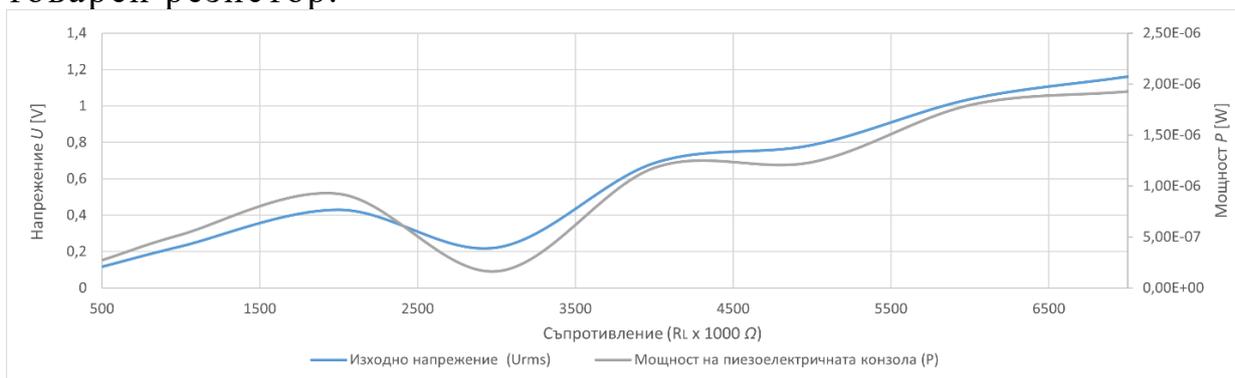
(б)



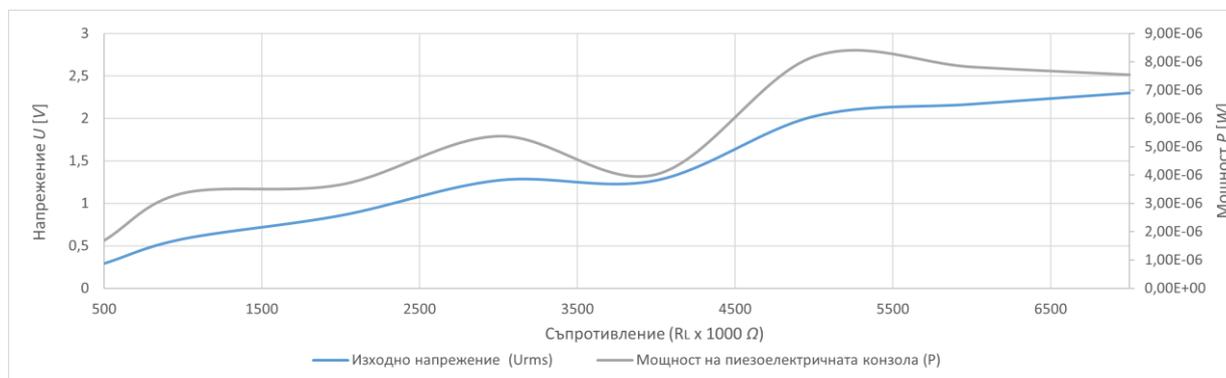
(b)

Фигура 8 *Експериментални резултати на работа на системата под влияние на NdFeB магнити и температура на нагревателя от 70 °C: (a) преместване на сферата по ос x; (b); преместване на сферата по ос y; (в) напрежение на една от PVDF конзолите*

Проведеният експеримент цели да установи възможностите на енергийния комбайн по отношение на изходната мощност. На *Фигура 9* са показани зависимостите на максималното и ефективното изходно напрежение от съпротивлението на товара. Резултатите от експериментите, съпоставящи мощностите при работата на системата без директно влияние от NdFeB магнити (*Фигура 9 (a)*) и с директно влияние върху сферите от NdFeB магнити (*Фигура 9 (б)*), са проведени със стъпка от 500 K Ω за товарен резистор.



(a)



(б)

Фигура 9 Графика на получената мощност на измерено напрежение на PVDF конзолата; (а) работа на системата без влияние на NdFeB магнити; (б) работа на системата с влияние на NdFeB магнити

От графиките се вижда, че максималната мощност за система без въздействието на NdFeB магнити от $1,92 \mu W$ се постига при $R_L = 7 M\Omega$ и изходно напрежение $U = 1,16 V$. Максималната мощност за система под въздействието на NdFeB магнити е $8,19 \mu W$ при товарно съпротивление от $R_L = 5 M\Omega$ и изходно пик до пик напрежение $U = 2,02 V$. Максималното изходно напрежение $U = 2,3 V$ е достигнато при $R_L = 7 M\Omega$ и мощност $P = 7,54 \mu W$. Тези резултати показват, че магнитите са допринесли за увеличаване на оптималната изходна мощност с 330%.

НАУЧНО-ПРИЛОЖНИ И ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ

1 Научни приноси

1.1 Доказване с нови средства на съществени нови страни в съществуващи научни проблеми и теории

1. Чрез уравненията на Лагранж от втори род е създаден мултифизичен динамичен модел на самовъзбуждащ се термомеханичен осцилатор, в който нишка от СПФ с две концентрирани сферични маси се задвижва чрез източник на постоянна температура. Получената свързана система от диференциални уравнения е решена числено чрез оригинална програма, използваща неявен метод на Ойлер.

2. Изменението на температурата в модела на самовъзбуждащия се термомеханичен осцилатор е апроксимирана чрез стационарна функция на вертикалната координата, което позволява температурното поле да се приеме за потенциално.

3. Създаден е нов мултифизичен динамичен модел на енергиен комбайн, базиран на термомеханичния осцилатор, в който е добавена пиезоелектрична област, описваща

деформацията и генерирането на електрически заряд на конзоли от полимера PVDF. В този модел новост е, че е прието полимерните конзоли, които имат нисък модул на Юнг, да копират деформацията на нишката от СПФ в мястото на окачване. За целта формата на еластичната линия е апроксимирана с парабола, която има същите начални и крайни условия като нишката от СПФ.

4. Установено е че мултифизичният модел на енергийния харвестер, след като е взета предвид симетрията, съдържа три обобщени електромеханични координати: хоризонтално, вертикално преместване на сферите и електрическият заряд на пиезоелектричните конзоли. Получени са числени решения на обобщените координати във функция на времето.

5. Към мултифизичния динамичен модел на енергийния харвестер е добавена магнитна област, която чрез настройване на честотите на самовъзбуждащите трептения повишава енергийната ефективност. Енергията на полето на постоянни магнити е въведена в Лагранжиана на модела, чрез експериментална апроксимация на магнитната сила и последващо извеждане на потенциалната енергия.

6. Чрез анализ е установено, че трептенията на разглежданите системи имат стохастичен характер, а при хоризонталните трептения освен механични се появяват и термални с по-висока честота, дължащи се на температурното свиване на нишката от СПФ.

1.2 Получаване на потвърдителни факти

1. Получени са потвърдителни експериментални факти за теоретично изведените функции на обобщените координати за трите модела на самовъзбуждащия се термомеханичен осцилатор, енергийния комбайн с PVDF конзоли и неговото магнитно настройване на честотите.

2 Научноприложни приноси на дисертационния труд

2.1. Създаване на нови методи на изследване

1. Създадени са оригинални стендове за едновременно измерване в реално време на механични вибрации в две перпендикулярни направления и генерирано променливо електрическо напрежение .

2. Механичните вибрации са измерени с безконтактни електромагнитни сензори за позиция, чрез които са елиминирани грешките от интегриране, характерни за инерционните сензори.

3. Създадени са оригинални програми на LabVIEW, чрез които са записани и обработени данните от експериментите.

4. Измерени са мощностите на енергийните комбайни във функция на товарните резистори.

2.2 Създаване на нови конструкции

1. Създадена е нова конструкция на симетричен самовъзбуждащ се термомеханичен осцилатор, при който вибрациите се индуцират нишка от СПФ чрез нагревател с постоянна температура.

2. На базата на самовъзбуждащия се термомеханичен осцилатор е създаден енергиен комбайн, който преобразува механичните осцилации на нишката от СПФ в електрически заряд, чрез пиезоелектрични конзоли от PVDF .

3. Създадена е оригинална система за магнитно настройване на честотата на вибрациите на енергиен комбайн.

Списък на публикациите по дисертационния труд

1. Ivo Yotov, Georgi Todorov, Todor Todorov; *Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys*; Actuators; 2024; 13; <https://doi.org/10.3390/act13050182>
2. Ivo Yotov, Georgi Todorov, Elitsa Gieva, Todor Todorov; *Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers*; Actuators; 2024; 14; <https://doi.org/10.3390/act14010008>
3. Ivo Yotov, Georgi Todorov, Todor Gavrilov, Todor Todorov; *Magnetic Frequency Tuning of a Shape Memory Alloy Thermoelectric Vibration Energy Harvester*; Energies; 2025; 18; <https://doi.org/10.3390/en18133341>

Цитирания на публикациите по темата:

1. Cheng, Y.; Wang, J.; Li, R.; Gu, X.; Zhang, Y.; Zhu, J.; Zhang, W. Design and Prototype Testing of a Smart SMA Actuator for UAV Foldable Tail Wings, *Actuators* 2024, 13, 499. <https://doi.org/10.3390/act13120499>.

Цитира: Yotov, I.; Todorov, G.; Todorov, T. Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys. *Actuators* 2024, 13, 182. <https://doi.org/10.3390/act13050182>

2. Dali Ge; Wu Bao; Kai Li; Haiyi Liang, Self-oscillation-driven locomotion in a liquid crystal elastomer-based robot under constant illumination, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2025, 145, 108706.

<https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2025.108706>

Цитира: Yotov, I.; Todorov, G.; Todorov, T. Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys. *Actuators* 2024, 13, 182. <https://doi.org/10.3390/act13050182>

3. Arthur Adeodato; Lucas Lisboa Vignoli; Marcelo A. Savi; Luciana L. S. Monteiro Adaptive piezoelectric energy harvester using a shape memory alloy stopper, *Nonlinear Dynamics*, 2025, doi: 10.1007/s11071-025-11116-0

Цитира: Yotov, I.; Todorov, G.; Gieva E.; Todorov, T. Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers. *Actuators* 2024, 14, 1, 8. <https://doi.org/10.3390/act14010008>

4. Bangul Khan, Rana Talha Khalid, Muhammad Hasan Masrur, Muhammad Awais, Nimra Imdad, Mohamed Elhousseini Hilal, Wasim Ullah Khan, Zainab Riaz, Syed Bilal Ahmed, Bilawal Khan, Umay Amara, Bee Luan Advances in Polyvinylidene Fluoride (PVDF) for Self-Powered Wearable Physiological Monitoring and Energy Harvesting Applications, *Nano Energy* 2025, <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2025.111296>

Цитира: Yotov, I.; Todorov, G.; Gieva E.; Todorov, T. Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers. *Actuators*, 2024, 18, 13, <https://doi.org/10.3390/act14010008>

5. Olga Łastowska, Vitaliy Polishchuk, Andrii Poznanskyi Thermomechanical Parameters Modelling of Spring Force Elements Made of Shape Memory Alloys, *Materials* 2025, <https://doi.org/10.3390/ma18133055>

Цитира: Yotov, I.; Todorov, G.; Gieva E.; Todorov, T. Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers. *Actuators* 2024, 14, 1, 8. <https://doi.org/10.3390/act14010008>

Предложения за награди по темата:

Заглавие Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers

От [Research Awards](#)

До tst@tu-sofia.bg

Дата Сря 14:27

Dear Author,

Welcome! Your recent publication has been provisionally selected for the "Best Researcher Award."

Submit your profile via the Following link : <https://g-o.li/RQPpK>

Regards,
Organizing Committee
SER Awards

Reference:

This paper discusses the dynamics of a novel energy harvester that converts heat into mechanical vibrations of two polyvinylidene fluoride (PVDF) piezoelectric cantilevers that generate electrical energy using a shape memory alloy (SMA) filament. The vibrations are generated by a symmetrical system of two masses placed on the SMA filament, which moves transversely due to its own longitudinal temperature contractions and extensions. Temperature differences over a heat source of constant temperature are the cause of the periodic changes in length of the SMA filament. An experimental setup was created to study the harvester by measuring the mass displacements and electrical voltages generated by the piezoelectric cantilevers. Data were obtained on the dependence of the output voltage and power on the load resistance of the consumer. The experimental results are validated by a multiphysics dynamical model, taking into account the relationships between the mechanical, thermal and electrical domains. The vibrational modeling of the SMA filament takes into account the hysteresis properties and their characteristics when the time gradient changes, leading to the appearance of minor and sub-minor hysteresis. Research has shown

that from a heater with a constant temperature of 70 °C, the maximum power obtained is 3.6 μ W at a load resistance of 4 M Ω , and a maximum voltage of 5.8 V was generated at a load resistance of 13 M Ω . An important feature of the proposed design is the possibility of miniaturizing the mechanical system.

<https://www.mdpi.com/2076-0825/14/1/8>

SUMMARY

Dissertation title: Modeling and investigation of energy conversion systems based on shape memory alloys

Author: Eng. Ivo Yotov, MSc

In connection with the growing need for sustainable energy sources and efficient energy conversion systems, the modeling and synthesis of energy conversion systems with shape memory alloys (SMA) are emerging as an important area of research. These special materials offer unique opportunities for energy conversion due to their exceptional mechanical and thermal properties. The use of SMA in energy systems is a promising direction for the development of intelligent and efficient solutions. SMA have the ability to retain a certain shape and then return to their original shape under certain thermal or mechanical stimuli. This unique ability makes them suitable for applications in various energy systems, such as heat and stress sensors, thermal actuators, and mechanical resonators.

In this context, research in the field of modeling and synthesis of energy conversion systems with SMA focuses on optimizing manufacturing technologies, developing new modeling and simulation methods, and expanding their applications in various areas of the energy industry. This research aims to create more efficient and sustainable energy systems that meet society's growing needs for clean and sustainable energy.

The aim of the dissertation on "Modeling and Research of Energy Conversion Systems Based on Shape Memory Alloys" is to investigate and study the possibilities for the application of shape memory alloys in the energy industry. The specific objective of the dissertation is to provide a comprehensive analysis of the technologies for modeling and synthesizing energy conversion systems that use shape memory alloys as a key component.

The main aspects covered by the dissertation include:

1. Investigation of the properties of shape memory alloys and their energy conversion capabilities.
2. Analysis of existing models and methods for modeling energy conversion systems with shape memory alloys.
3. Development of new models and methods for optimizing energy conversion systems with shape memory alloys.
4. Experimental confirmation of the effectiveness of various energy conversion systems based on shape memory alloys.
5. Investigation of the potential applications of these systems in renewable energy, smart cities, the automotive industry, and other areas.

Литературни източници:

- [1] R. Mitrev, E. Atamas, O. Goncharov, T. Todorov and I. Iatcheva, "Modeling and study of a novel electrothermal oscillator based on shape memory alloys," in *9th International Scientific Conference Techsys 2020* – engineering, technologies and systems .
- [2] A. Preumont, *Mechatronics: Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*, Springer Science & Business Media, 2006.
- [3] T. Todorov, R. Mitrev, B. Tudjarov and R. Nikolov, "Qualitative Analysis of Oscillating Magnetomechanical System," *IOP Conf Ser Mater Sci Eng*, vol. 618, p. 012054, 2019.
- [4] G. M. Sessler, "Piezoelectricity in polyvinylidene fluoride," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 70, no. 6, p. 1596–1608, 1981.
- [5] R. Mitrev and T. S. Todorov, "A case study of experimental evaluation of the properties of shape memory alloy wires," *AIP Conference Proceedings*, vol. 2449, no. 1, p. 060010 , 2022.
- [6] I. Yotov, G. Todorov and T. Todorov, "Actuators," *Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys*, vol. 13, no. 5, p. 182, 2024.



Technical University - Sofia

Faculty of Industrial Technology

"Theory of Mechanisms and Machines"



Eng. Ivo Yotov, MSc

MODELLING AND RESEARCH OF ENERGY CONVERSION SYSTEMS BASED ON SHAPE MEMORY ALLOYS

A U T O R E F E R A T

of a dissertation for the acquiring an educational and scientific degree
"Doctor of Philosophy"

Professional field: 5.1 „Mechanical engineering“

Scientific specialty: „Theory of mechanisms,
machines, and automatic lines“

Scientific supervisors: **Prof. Eng. PhD Todor Todorov**
Assoc. Prof. Eng. PhD Elitsa Gieva

SOFIA, 2025 г.

I. GENERAL CHARACTERISTICS OF THE DISSERTATION

Relevance of the problem

In connection with the growing need for sustainable energy sources and efficient energy conversion systems, the modelling and synthesis of energy conversion systems with shape memory alloys (SMA) are emerging as an important area of research. These special materials offer unique opportunities for energy conversion due to their exceptional mechanical and thermal properties.

The use of SMA in energy systems is a promising direction for the development of smart and efficient solutions. SMA have the ability to retain a certain shape and then return to their original shape under certain thermal or mechanical stimuli. This unique ability makes them suitable for applications in various energy systems, such as heat and stress sensors, thermal actuators, and mechanical resonators.

In this context, research in the field of modelling and synthesis of energy conversion systems with SMA focuses on optimizing manufacturing technologies, developing new modelling and simulation methods, and expanding their applications in various areas of the energy industry. This research aims to create more efficient and sustainable energy systems that meet society's growing demand for clean and sustainable energy.

Purpose of the dissertation, main tasks, and research methods

The aim of the dissertation on "Modelling and Research of Energy Conversion Systems Based on Shape Memory Alloys" is to investigate and explore the possibilities for the application of shape memory alloys in the energy industry. The specific objective of the dissertation is to provide a comprehensive analysis of the technologies for modelling and synthesizing energy conversion systems that use shape memory alloys as a key component.

The main aspects addressed in the dissertation include:

1. Investigation of the properties of shape memory alloys and their energy conversion capabilities.
2. Analysis of existing models and methods for modelling energy conversion systems with shape memory alloys.
3. Development of new models and methods for optimizing energy conversion systems with shape memory alloys.
4. Experimental confirmation of the effectiveness of various energy conversion systems based on shape memory alloys.
5. Exploring the potential applications of these systems in renewable energy, smart cities, the automotive industry, and other areas.

Overall, the dissertation aims to contribute to a better understanding and use of SMAs in the field of energy technologies by providing

new knowledge and solutions to contemporary challenges in the energy sector.

The particular tasks of the dissertation on "Modeling and Research of Energy Conversion Systems Based on Shape Memory Alloys" can be formulated as follows:

1. Review of current literature related to the use of shape memory alloys in energy applications, as well as research on modelling and synthesis of energy conversion systems involving them.

2. Detailed analysis of the mechanical, thermal, and energy properties of shape memory alloys and their potential to be used in energy conversion systems.

3. Creation of mathematical models to represent the behavior of energy conversion systems with shape memory alloys, including their dynamic and thermal characteristics.

4. Design and synthesis of energy conversion systems in which shape memory alloys are a key component, with the aim of achieving higher efficiency and sustainability.

5. Conducting experimental research to confirm the validity of the developed mathematical models and proposed energy conversion systems.

6. Analysis of the research results and formulation of conclusions regarding the effectiveness and applicability of the modeled and synthesized energy conversion systems with shape memory alloys.

7. Preparation and presentation of the dissertation, as well as publication of scientific results in scientific journals.

Scientific novelty

A new energy harvester has been designed, using self-excited thermomechanical oscillations based on shape memory alloys under the influence of thermal energy. The vibration frequencies are adjusted using permanent magnets. The properties of this system have been studied theoretically using a dynamic model that takes into account the hysteresis properties of the shape memory alloy, the electrical energy dissipation of the PVDF brackets, and the forces of the permanent magnets that adjust the oscillations. The task of the created dynamic model of the energy harvester is solved using Lagrange equations of the second kind. The resulting system of three differential equations is solved with respect to the three generalized coordinates, which are horizontal position x , vertical position y , and electric charge q , through which the generated voltage v is determined.

Practical applicability

The new heat energy harvesting device under consideration can find various applications for energy conversion. The possibilities for increasing the generated power of the above-described harvester by adjusting the vibration frequencies using permanent magnets are shown. Frequency adjustment can be extended to cover both conventional macro scales and micro scales.

Approbation

The dissertation was presented and discussed at a departmental council meeting of the Theory of Mechanisms and Machines Department at the Technical University of Sofia.

Publications

The results of the dissertation are reflected in three publications, which are in English. All publications are printed in the MDPI journal.

Structure and scope of the dissertation

The dissertation is **145** pages long and includes an introduction, four chapters addressing the main tasks, a list of general conclusions, a list of main contributions, a list of publications, a list of citations related to the dissertation, a list of proposals for awards on the topic, and a list of references. A total of **186** literature sources are cited, **185** of which are in Latin and **1** in Cyrillic, while the rest are internet addresses. The work includes a total of **30** figures and **6** tables. The numbers of the figures and tables in the abstract correspond to those in the dissertation.

II. CONTENT OF THE DISSERTATION

CHAPTER 1. OVERVIEW OF THE PROBLEM

The dissertation focuses on the development and research of innovative energy conversion systems based on SMAs. These alloys exhibit specific thermomechanical properties that allow the material to return to its original shape when the temperature changes, making them highly efficient for innovative applications in the field of energy.

The physical and chemical characteristics of SMA, their crystal structure, and phase transitions are examined. Various types of alloys, such as nitinol, are analyzed, and their properties and potential for application in energy systems are discussed. Examples of the use of these alloys in drive mechanisms in aviation and automotive engineering, waste heat recovery systems, and medical devices such as stents and micro actuators are presented. The challenges associated with the integration of SMA into these systems, as well as the potential benefits of doing so, are discussed.

A mathematical model of the thermomechanical behavior of SMA has been created. Detailed equations describing phase transitions and their dependence on external factors such as temperature and mechanical stress are presented. The models have been analyzed to assess their accuracy and applicability. Simulation models of energy systems using SMA for the conversion of thermal energy into mechanical work have been developed and validated. Experimental approaches, a method for data collection, and a comparative analysis of the simulation results are described. The correspondence between the experimental results and the theoretical models confirms the validity of the developed models.

A method for increasing thermomechanical oscillations by 11% has been proposed and validated, resulting in a 130% increase in electrical voltage. As a result of the action of permanent magnets, the output voltage power of the thermal energy combine increases from $1.9 \mu W$ to $8.19 \mu W$, which is an increase of about 330%.

In conclusion, the dissertation emphasizes the importance of SMA as a material for the future in energy conversion systems. The developed models and experimental studies provide a basis for expanding the possibilities for using these materials in industry. Recommendations for future research include improving the chemical composition of alloys and optimizing the structural design of different types of systems to increase the efficiency and reliability of devices with SMA.

CHAPTER 2. ANALYSIS OF THE REVIEW AND PREPARATION OF A CLASSIFICATION

At this stage, it is difficult to calculate the efficiency of the energy harvester presented here. The main reason for this is the lack of data on the input heat. Approximate calculations can be made based on data on the efficiency of thermomechanical conversion of SMA = 14% and mechanical-electrical conversion of PVDF = 12.4%. The product of these two coefficients shows that the approximate limit efficiency of conversion of the energy harvester presented here is about 1.75%. This value is greatly exaggerated and would be difficult to achieve in practice. In terms of the efficiency of converting heat into electrical energy, thermoelectric generators remain the most efficient, for which 17% is not a practical problem. The efficiency values of thermoelectric generators are also indicated at 23%.

The low conversion efficiency of the energy harvester proposed here, especially when compared to a thermoelectric generator, should not invalidate the observations made. The current trend in the field of energy harvesters is to seek sources for energy conversion under all environmental conditions and by all means. One of the advantages of the newly proposed thermal harvester is that it can operate as a combined converter of excess heat and excess vibration. Although they operate on the basis of the temperature difference in thermoelectric generators, the temperature field distributions are different from those of the thermal harvester presented here.

In addition to not containing lead compounds, the piezoelectric material PVDF was chosen for its flexibility, low cost, and availability on the market. The thermal harvester studied here operates at a frequency of around 10 *Hz*. At this low frequency, the piezoelectric material PVDF does not perform well and its electrical conversion efficiency is low. To increase the frequency of the vibrations induced by the heater, the proposed design needs to be optimized. One way to increase the frequency is to reduce the length of the SMA thread and reduce the mass of the spheres. Increasing the convective capacity of the SMA thread will also increase the vibration frequency. This can be achieved by using more than one SMA thread, but with a smaller diameter. This will increase the heat-receiving surface area for the same mass, which in turn will increase the temperature time constant. A global solution that increases frequency is to minimize the size of the thermal harvester. In this case, scaling theory shows that thermal processes will accelerate and the natural frequency will increase proportionally to the scaling factor.

In terms of temperature, PVDF loses its piezoelectric properties at temperatures above 100°C. This disadvantage also limits the application of the proposed energy harvester, especially in cases where the piezoelectric brackets are close to the heater. Due to the low frequency of the current thermal cycles generated by the SMA wires, they are not compatible with the optimal operating range of PVDF.

The thermal energy harvester has been studied above, assuming that the heater has a constant temperature, which causes self-excited vibrations. If the heater or other heat source has a low frequency or periodic temperature changes, the hybrid effect of the studied harvester will manifest itself. The hybrid nature is complemented by the effect of random external mechanical vibrations of the supports, which are transmitted to the PVDF brackets through the SMA thread. All these hybrid energy sources will expand the capabilities of the studied energy harvesting device. Studying the impact of hybrid energy sources will be an interesting topic for future research.

A specific practical application of the "*temperature trap*" under consideration is its ability to operate at negative temperatures as a "*cold heat source*." Thermally self-excited vibrations can exist at negative temperatures if there is a variable temperature distribution above the cold heat source. It is known that the austenitic transition temperature of SMA materials can vary over a wide range (from – 200 to 600°C), and this property is a prerequisite for this specific application.

CHAPTER 3. DESIGN OF AN ENERGY HARVESTER WITH SMA AND FERROMAGNETIC MASSES IN A MAGNETIC FIELD

The thermoelectric energy harvester consists of an SMA filament fixed between two fixed supports O and C, located symmetrically relative to a fixed heater. Two identical spheres are fixed to the filament near the heater, on which magnetic forces generated by symmetrically located NdFeB magnets act. (M_1 and M_2). Two piezoelectric brackets OP_1 and OP_2 are located at the fixed ends of the SMA thread and are mounted using heat-resistant foil so that they follow the bending of the thread. The entire structure is symmetrical with respect to the y -axis of the fixed coordinate system O_{1xy} (*Figure 1*). The thread material is a shape memory alloy made of nitinol, known under the trade name Flexinol®. Two DT1-052K vibration sensors are used for the piezoelectric consoles, which are constructed from a thin PVDF piezoelectric film metallized with silver on both sides. These sensors are elastic electrodes covered with plastic protective layers and galvanically connected to solder terminals.

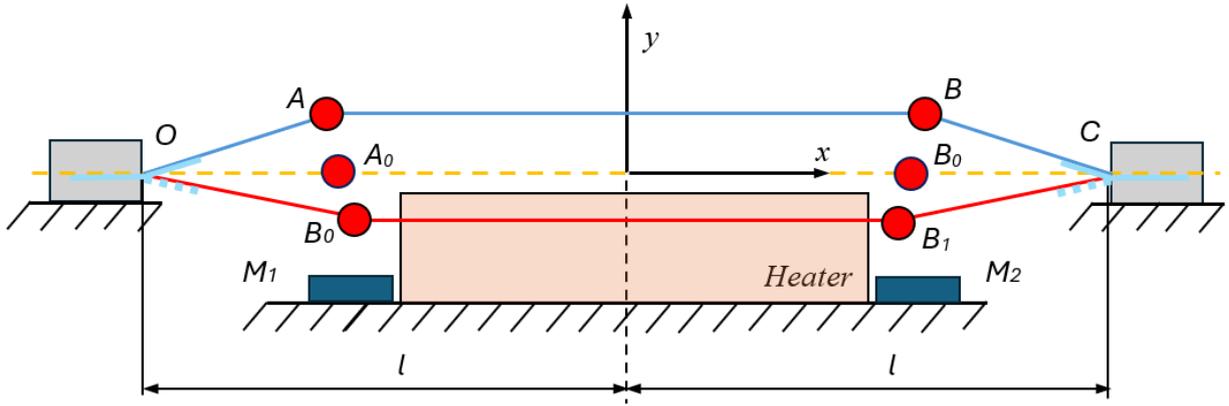


Figure 1 Schematic diagram of the thermoelectric energy harvester

The energy harvester is based on temperature changes above the heater, which are high near its surface and cause contractions of the SMA thread and its simultaneous removal from the hot zone.

The distance between the two supports OC can be adjusted, which creates opportunities for mounting the SMA thread with preliminary tension or sag. (Figure 1). The principle of operation of the oscillator is as follows: under the influence of the weight of the two spheres, the SMA thread sags and approaches the heater at position OA_1B_1C , which increases its temperature and causes it to shrink and harden. As a result, the filament rises back vertically, moving away from the heater and reaching position OA_0B_0C . This is followed by a decrease in temperature, softening, and relaxation of the filament. Under the weight of the spheres, the filament falls again and approaches the heater (OA_1B_1C). Magnetic forces generated by symmetrically arranged NdFeB magnets (M_1 and M_2) act on the two identical spheres mounted in a fixed position. These actions are repeated continuously, leading to a cyclic vibration process of the SMA thread and mass system. Near the supports, the vibration deflections of the SMA thread are transmitted to the piezoelectric consoles, which generate electrical energy.

CHAPTER 4. DYNAMIC MODEL

When designing the piezoelectric bracket model, it is assumed that in the areas of the PVDF piezoelectric brackets, the thread and the bracket are in close contact, and their shape is approximated by parabola. The parameters of this parabola are selected so that the conditions for the suspension of the elastic elements at the fixed end are satisfied, and the free end has an inclination α , coinciding with the inclination of the SMA thread at the end sections of the thermomechanical generator (Figure 2).

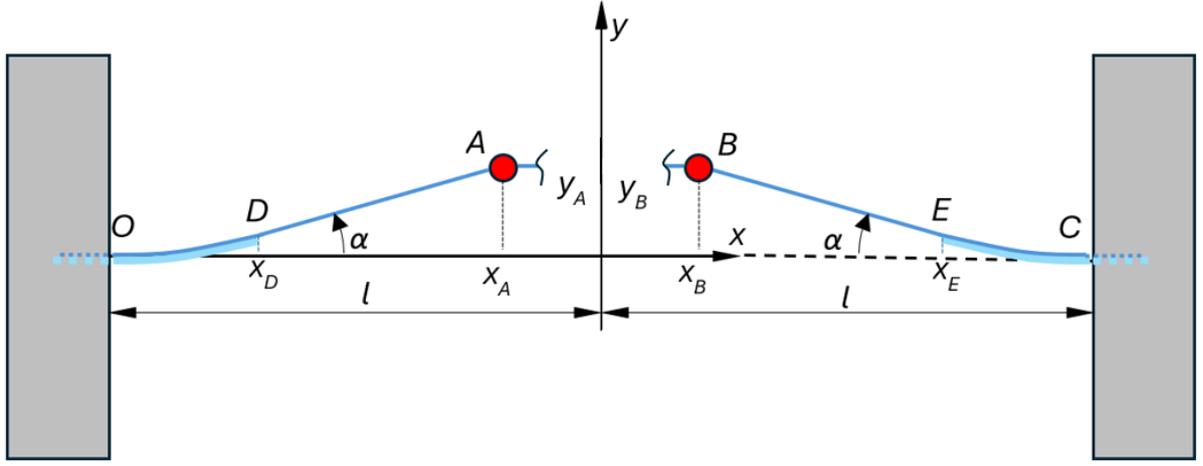


Figure 2 Assumptions made in determining the deformations of piezoelectric cantilevers

The assumption of the dependence of the temperature and magnetic forces on the middle section of position y leads to the representation of an elastic constant as a function of time. The potential nature of the system gives grounds for the forces of the SMA thread to be derived using second-order Lagrange equations.

The determination of the deformations of the piezoelectric elements in accordance with [1] (p. 102) is made in [2], where the parabola of the deformation line for the left PVDF bracket is accepted as described in the formula:

$$y_l = a(x + l)^2 = ax^2 + 2alx + al^2 \quad x \in [-l, -l + l_p], \quad (1)$$

where l_p is the length of the piezoelectric cantilever, and a is a coefficient that can be determined if we assume that the angle of inclination at the end of the cantilever coincides with that of the SMA thread at the same point. The coefficient a is obtained by:

$$a = \frac{y_A}{l_p(2x_A - l_p + 2l)}. \quad (2)$$

Using the differential equation of Euler-Bernoulli's elastic line:

$$y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_y}{EI}, \quad (3)$$

the bending moment is expressed by:

$$M_y = -y''EI, \quad (4)$$

where E is Young's modulus, I is the moment of inertia. The second derivative of the elastic line is found after differentiation and is obtained as:

$$M_y = -\frac{2EIy_A}{l_p(2x_A-l_p+2l)}. \quad (5)$$

The voltage established in the piezoelectric PVDF bracket is described in the law:

$$\sigma = \frac{M_y}{W_y} = -\frac{2EIy_A}{l_p(2x_A-l_p+2l)W_y}. \quad (6)$$

Then the deformation is expressed by Hooke's law:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\frac{2Iy_A}{l_p(2x_A-l_p+2l)W_y}. \quad (7)$$

The absolute longitudinal deformation of the left piezoelectric PVDF cantilever is determined by:

$$\Delta l_{pl} = \varepsilon l_p = -\frac{2Iy_A}{(2x_A-l_p+2l)W_y}. \quad (8)$$

Similarly, due to the symmetry of the system, the absolute longitudinal deformation of the right piezoelectric PVDF cantilever is obtained as:

$$\Delta l_{pr} = \varepsilon l_p = \frac{2Iy_B}{(2x_B+l_p-2l)W_y}. \quad (9)$$

Since the piezoelectric cantilever has a rectangular cross-section with width w and height h_p , the moment of inertia for the cross-section is calculated using the formula:

$$I = \frac{wh_p^3}{12}, \quad (10)$$

and for the moment of resistance, the expression applies:

$$W = \frac{wh_p^2}{6}. \quad (11)$$

The absolute longitudinal deformation of the left PVDF bracket is converted into:

$$\Delta l_{pl} = -\frac{y_A h_p}{2x_A - l_p + 2l} \quad (12)$$

Similarly, for the absolute longitudinal deformation of the right PVDF bracket due to the symmetry of the system, the following applies (68).

For the force F_m between a sphere and a permanent magnet, the following relationship is assumed here:

$$F_m = \frac{\kappa}{(\delta_0 + \delta)^2}, \quad (13)$$

which is derived through numerical simulations and experiments in [3]. In formula (13), the constant κ is called *the imaginary magnetic mass*, δ_0 is the imaginary initial gap, and δ is the distance between the sphere and the surface of the magnet. (*Figure 3 (a)*).

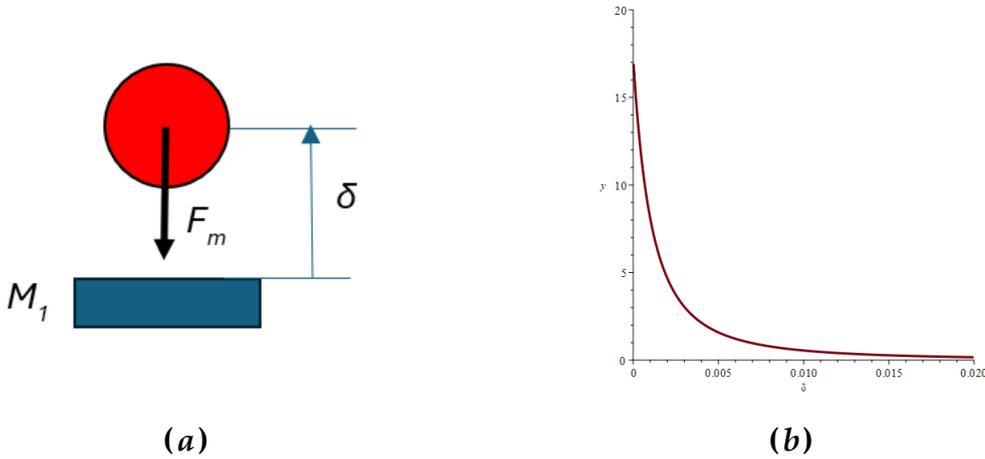


Figure 3 Magnetic force between a permanent magnet and a sphere made of ferromagnetic material: (a) problem statement; (b) graphical representation of the magnetic force

The magnetic force at a conditional zero gap (called *conditional* because in practice the distance between the sphere and the magnet can never be zero due to roughness and deviations from the shapes of the two surfaces) at $\delta = 0$ is the initial magnetic force:

$$F_{m0} = \frac{\kappa}{\delta_0^2}, \quad (14)$$

from which the dimension of the imaginary magnetic mass κ [Nm^2] is apparent. The characteristic of the magnetic force as a function of displacement δ is shown in *Figure 3 (b)*.

To determine the force with which magnet M_1 acts on one of the spheres and their potential energy, the setup shown in *Figure 4* was used. A current position of the mass at point A , located at position y_A .

The influence of the displacement of the masses along the x -axis on the magnetic forces is neglected.

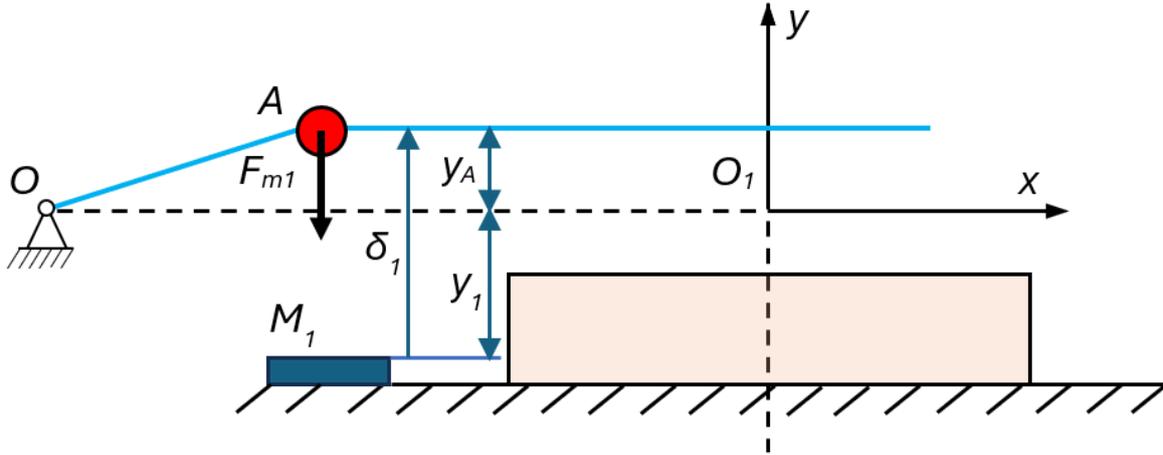


Figure 4 Magnetic forces acting on the sphere at point A in an arbitrary position y_A

Considering that:

$$\delta_1 = y_1 + y_A, \quad (15)$$

according to (14), magnet M_1 will exert the force:

$$F_{m1} = \frac{-\kappa}{(\delta_0 + y_1 + y_A)^2}. \quad (16)$$

The potential energy of the force of magnet M_1 acting on a mass at point A is determined after integration.:

$$E_{mA} = \int \frac{-\kappa}{(\delta_0 + y_1 + y_A)^2} d y_A = \frac{\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}. \quad (17)$$

Due to symmetry *Figure 1*, the magnetic potential energy is expressed similarly for the mass at point B :

$$E_{mB} = \frac{\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}. \quad (18)$$

The total potential magnetic energy for the two masses is:

$$E_m = E_{mA} + E_{mB} = \frac{2\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}. \quad (19)$$

The assumption that the temperature of the middle section depends on position y leads to the representation of the thermal elastic constant as a function of time. The potential nature of the

temperature distribution near the heater allows the forces of the SMA thread to be derived using second-order Lagrange equations.

The energy harvester described above has four mechanical degrees of freedom and two electrical circuits, or a total of six generalized coordinates, four of which are mechanical coordinates x_A , x_B , y_A , y_B , and two electrical q_l and q_r , which are the electrical charges of the left (fixed at point O) and right (fixed at point C) consoles, respectively.

Piezoelectric consoles are also assumed to have identical parameters, and their symmetrical orientation implies the substitutions $q_l=q$, $q_r=q$. The symmetry of the system reduces the number of generalized coordinates by half, which after the substitutions are limited to x , y , and q . It is assumed that the mechanical system is in its symmetrical configuration relative to the y -axis during its motion, which makes the substitutions $x_O = -l$, $x_C = l$, $y_O = 0$, $y_C = 0$, $l_1 = l_3$, $\Delta l_1 = \Delta l_3$ and $l_2 = 2(l - l_{10})$, where $l = \frac{OC}{2}$. This means that the Lagrangian contains kinetic, potential, and piezoelectric energy, and the behavior of the electromechanical system is described by a coupled system of three differential equations corresponding to the three symmetric generalized coordinates.

The kinetic energy of the mechanical system, after taking symmetry into account, is obtained in the form:

$$E_K = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2), \quad (20)$$

where the derivatives of the coordinates with respect to time t are marked with a dot, and m is the mass of a sphere.

The second component of the Lagrangian is the potential energy accumulated in the SMA thread in the cold end sections OA and BC , as well as in the middle section AB , where it changes its temperature and Young's modulus. Due to these assumptions for potential energy, the following expression is valid:

$$E_p = \frac{k_l}{2} (\Delta l_1^2 + \Delta l_3^2) + \frac{k_T}{2} \Delta l_2^2 + \frac{2\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A} = k_l \Delta l_1^2 + \frac{k_T}{2} \Delta l_2^2 + \frac{2\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}, \quad (21)$$

where k_l is the elastic constant of the cold end sections, determined by:

$$k_l = \frac{E_1 A}{l_1}, \quad (22)$$

k_T is the temperature elasticity constant, which is a function of the temperature of the SMA thread and is determined by:

$$k_T = \frac{E_2 A}{l_2}, \quad (23)$$

with the explanation:

$$k_T = k_T(x_A(t), y_A(t)). \quad (24)$$

The third component in the Lagrangian is the energy of the piezoelectric PVDF cantilever, which, in accordance with [1] (p. 102) and after considering symmetry, is represented in the form described in:

$$E_{pe} = \frac{q^2}{C(1-k_{33}^2)} - \frac{2d_{33}K_a}{C(1-k_{33}^2)}q\Delta l_p + \frac{K_a\Delta l_p^2}{(1-k_{33}^2)}, \quad (25)$$

where C is the equivalent capacitance of the piezoelectric transducer, ϵ_{33} and d_{33} are the dielectric permittivity and piezoelectric constant of the PVDF cantilever, respectively, s^E is the susceptibility of the piezoelectric cantilever under a constant electric field, and k_{33}^2 is the electromechanical coupling coefficient of PVDF.

The system of coupled differential equations is derived after differentiating the Lagrangian according to the equations of Lagrange of the second kind, which have the form:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \Lambda}{\partial q_i} = Q_i, i = 1, 2, 3, \quad (26)$$

where the generalized coordinates are $q_1 = x$, $q_2 = y$, and $q_3 = q$, and the generalized forces are of the form:

$$\begin{aligned} Q_1 &= -\beta_x \dot{x} \\ Q_2 &= -2mg - \beta_y \dot{y}, \\ Q_3 &= -R_L \dot{q} \end{aligned} \quad (27)$$

where β_x , β_y are viscous resistance coefficients along the x and y axes, respectively, g is the acceleration due to gravity, R_L is the load resistance in the piezoelectric cantilever circuit when connected in parallel.

After differentiation, the system is derived:

$$\begin{cases}
m\ddot{x} + k_l \Delta l_1 \frac{(x+l)}{\sqrt{(x+l)^2 + y^2}} + k_T(y) \Delta l_2 \frac{K_a h_p y}{CK_p [l_p - 2(x+l)]^2} \left(C \Delta l_p - d_{33} q + \frac{\varepsilon_{33} \omega \Delta l_p^2}{h_p} \right) = -\beta_x \dot{x} \\
m\ddot{y} + k_l \Delta l_1 \frac{y}{\sqrt{(x+l)^2 + y^2}} - \frac{k}{(\delta_0 + y_1 + y_A)^2} - C_p \frac{2C \Delta l_p - 2d_{33} q + \frac{\varepsilon_{33} \omega}{h_p}}{2C^2 K_p} = -2mg - \beta_y \dot{y} \\
d_{33} K_a \Delta l_p - q = -R_L \dot{q}
\end{cases}, \quad (28)$$

where:

$$C_p = \frac{K_a h_p}{l_p - 2(x+l)}. \quad (29)$$

The derivative of the thermal elastic constant of the middle section is:

$$\frac{dk_T(y)}{dy} = \frac{d}{dy} \frac{E_2 A}{l_2} = \frac{A}{l_2} \frac{dE_2}{dy}, \quad (30)$$

where the derivative of Jung's modulus with respect to for the middle section has the form described in:

$$\frac{\partial E_2}{\partial y} = \begin{cases} (E_m - E_a) \frac{dR_m}{dy} & \text{if } 0 \leq \varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_m^y \\ (E_T - E_a) \frac{dR_m}{dy} & \text{if } \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_m^d \\ (E_d - E_a) \frac{dR_m}{dy} & \text{if } \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_{s2} \end{cases}. \quad (31)$$

The function of the heat field distribution above the heater modifies the relative martensitic fraction in:

$$R_m = \begin{cases} \frac{S_R}{2} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_e) + T_0}}{\lambda_T} \right) + R_C S_R & \text{if } y \leq y_e \\ \frac{S_R}{2} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h + T_0}{\lambda_T} \right) + R_C S_R & \text{if } y_e < y < y_f \\ \frac{S_R}{2} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_f) + T_0}}{\lambda_T} \right) + R_C S_R & \text{if } y \geq y_f \end{cases}. \quad (32)$$

The derivative of the relative martensitic fraction with respect to displacement y is characterized by:

$$\frac{dR_m}{dy} = \begin{cases} \frac{S_R T_h}{2\lambda_T \theta^2} e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_e)} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_e) + T_0}}{\lambda_T} \right) & \text{if } y \leq y_e \\ 0 & \text{if } y_e < y < y_f \\ \frac{S_R T_h}{2\lambda_T \theta^2} e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_f)} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_f) + T_0}}{\lambda_T} \right) & \text{if } y > y_f \end{cases} \quad (33)$$

The system (28) was solved numerically after reducing the order using an implicit Euler method of the 5th order under the initial conditions given in Table 1. A special Maple 16 program was created for this purpose.

Table 1 Values of the parameters of the system of differential equations

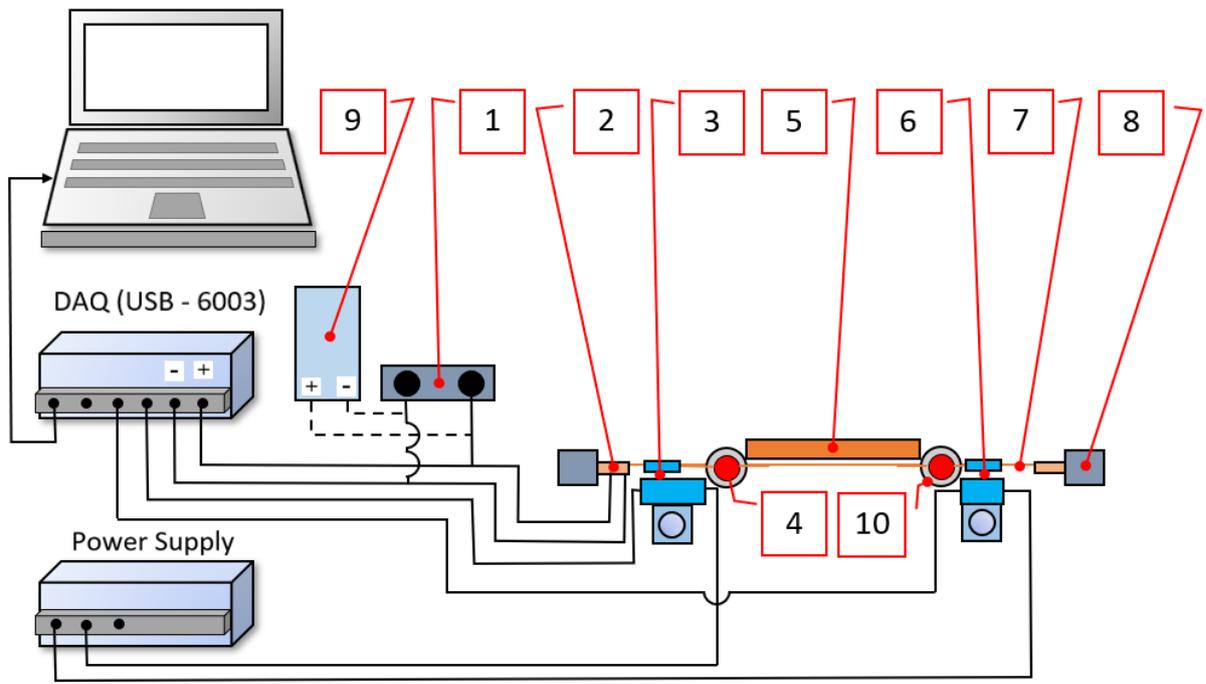
Parameter	Symbol	Value	Unit
Gap between the electrodes of the piezoelectric cantilever	h_p	28×10^{-9}	m
Length of the piezoelectric cantilever	l_p	0.0235	m
Piezoelectric cantilever width	w	0.0102	m
Dielectric permittivity of PVDF	ϵ_{33}	$9.7396 \times 10^{-11}*$	F/m
Compliance of the piezoelectric cantilever under con-stant electric field	S_{33}^E	$0.384 \times 10^{-10}*$	Pa^{-1}
Piezoelectric constant of PVDF	d_{33}	$-27.1*$	pC/N
Electromechanical coupling coefficient of PVDF	k_{p33}	$16*$	%
Longitudinal Young's modulus of PVDF	E_p	$2.5*$	GPa
Half-support distance	l	0.026	m
NiTi filament half length	l_{s0}	0.25	m
Mass of a sphere	m	$6 \cdot 10^{-3}$	kg
Gravity acceleration	g	9.81	m/s^2
Lengths of NiTi filament end sections	$l_1 = OA_0$ $l_3 = B_0C$	0.14	m
Length of the middle section of the NiTi filament	$l_2 = A_0B_0$	0.24	m
Diameter of NiTi filament	ds	0.00025	m
Young's modulus for NiTi in fully twinned martensite	E_m	$21.7**$	GPa
Young's modulus for NiTi in partially twinned marten-site	E_T	$0.56**$	GPa
Young's modulus for NiTi in detwinned martensite	E_d	$11.1**$	GPa
Young's modulus for NiTi in austenite	E_a	$55.5**$	GPa
Yield strain for twinned NiTi in martensite	ϵ_m^y	$0.0024**$	--
Minimum strain of twinned NiTi	ϵ_m^d	$0.0044**$	--

in martensite			
Starting austenite temperature of NiTi	A_s	55.99**	°C
Final austenite temperature of NiTi	A_f	64.05**	°C
Starting martensitic temperature of NiTi	M_s	25.24**	°C
Final martensitic temperature of NiTi	M_f	21.44**	°C
Austenite correction temperature	b_a	0.01	°C
Austenite coefficient	c_a	1.95	--
Martensitic correction temperature	b_m	0.01	°C
Martensitic coefficient	c_m	2.17	--
Start position of maximum temperature	y_e	0.0095	<i>m</i>
End position of maximum temperature	y_f	0.023	<i>m</i>
Conditional slope length	θ	0.0042	<i>m</i>
Room temperature	T_0	20	°C
Maximum temperature of NiTi filament	T_h	70	°C
Longitudinal damping coefficient	β_x	0.00042	<i>kg/s</i>
Transverse damping coefficient	β_y	0.0014	<i>kg/s</i>
Load resistance	R_L	From 5×10^5 to 7×10^6	Ω
Initial speed along <i>x</i>	$\dot{x}(0)$	0	<i>m/s</i>
Initial speed along <i>y</i>	$\dot{y}(0)$	0	<i>m/s</i>
Starting <i>x</i> position	$x(0)$	-0.1	<i>m</i>
Starting <i>y</i> position	$y(0)$	0.01	<i>m</i>
Distance between the sphere and the surface of the magnet	δ	0.01	<i>m</i>
The imaginary magnetic mass	κ	8.14×10^{-5}	<i>Nm²</i>

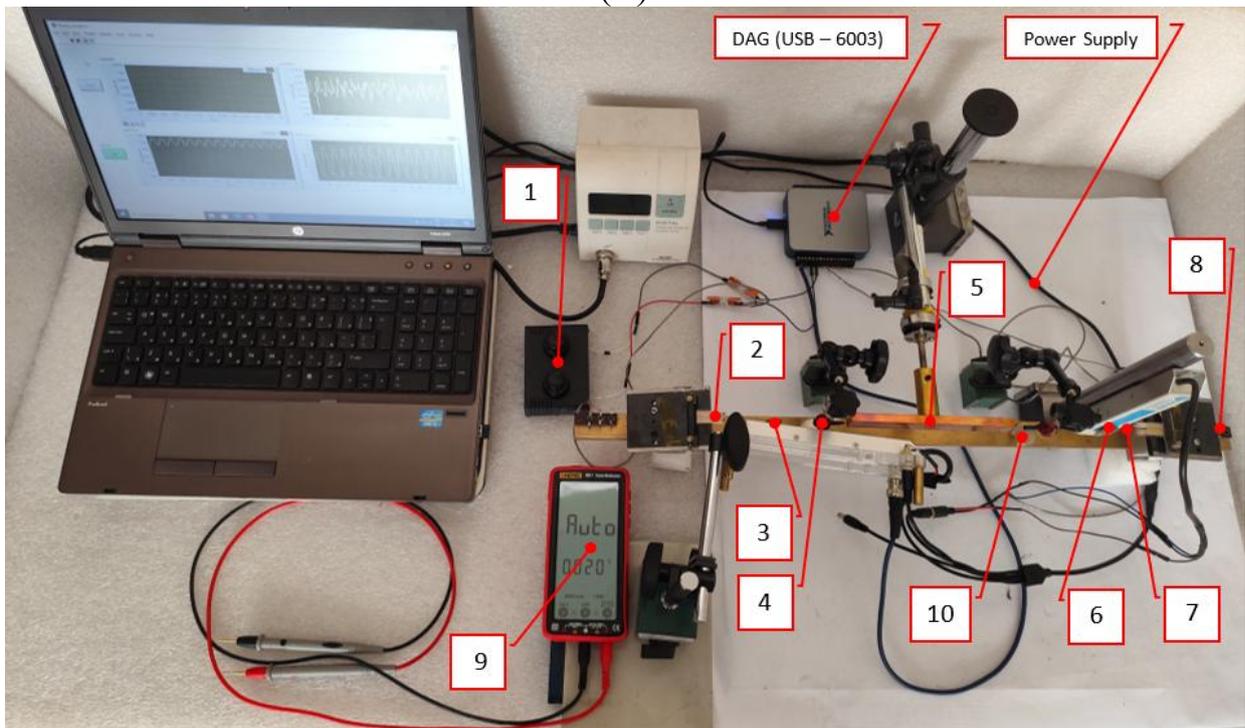
* According to data from [4] ** The properties of NiTi have been determined experimentally in [5].

CHAPTER 5. EXPERIMENTAL VERIFICATION

To validate the results of the numerical simulation of the dynamic model, an experimental setup was created, the overall concept of which is illustrated schematically in *Figure 5 (a)*. *Figure 5 (b)* shows what it looks like from above. *Figure 5 (c)* is a close-up view of the left side of the energy harvester with the PVDF bracket 2, the horizontal position sensor 3, the weight 4, the heater 5, and the magnets 10. *Figure 5 (d)* is a photo of the right side of the energy harvester, showing sphere 4, heater 5, vertical position sensor 6, SMA thread 7, right support 8, and magnets 10.



(a)



(b)

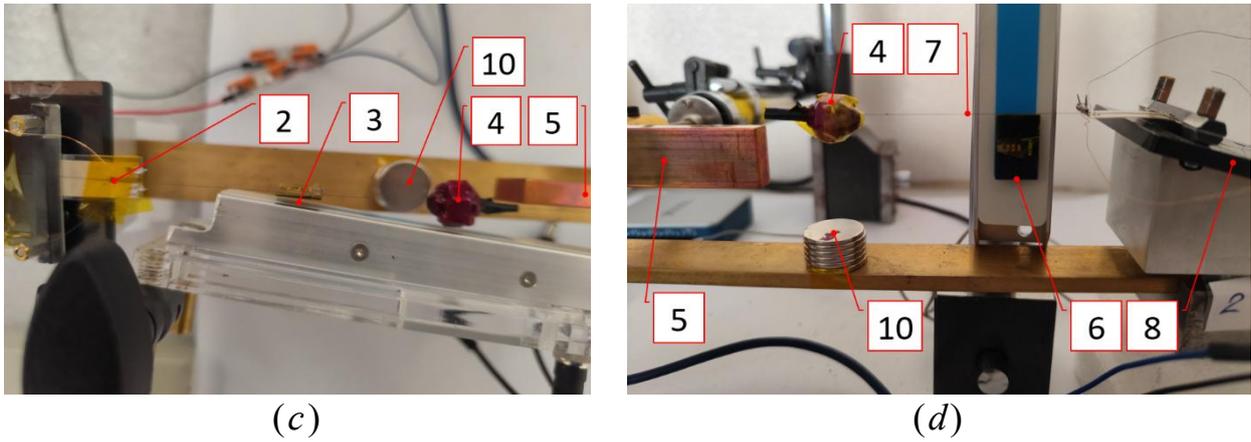
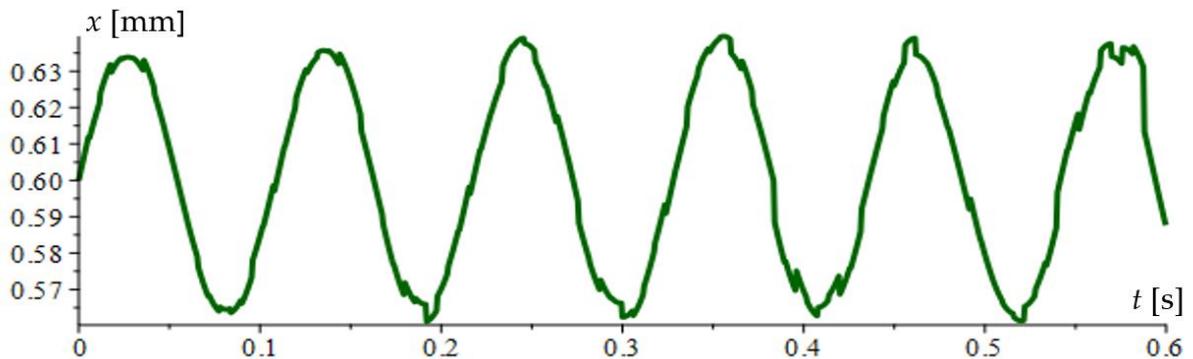


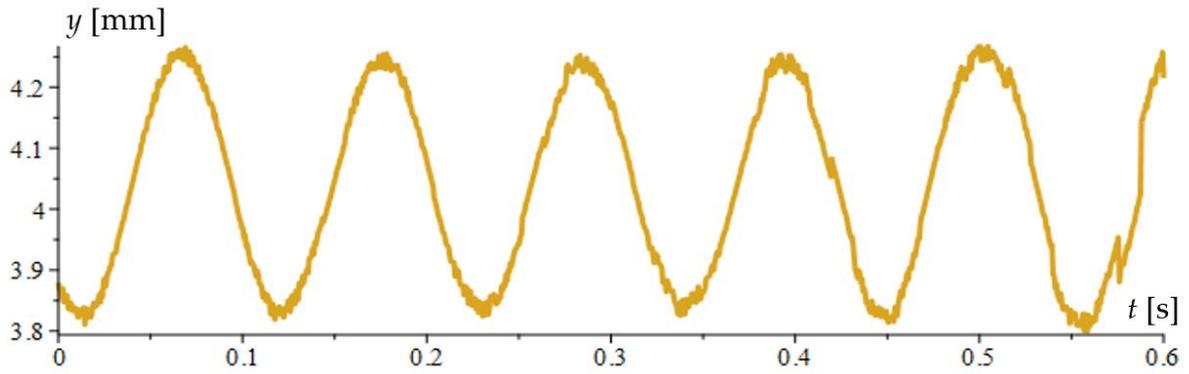
Figure 5 Setup for experimental investigation of the thermoelectric energy harvester: (a) diagram and overall concept; (b) top view of the entire experimental setup; (c) partial view of the left side; (d) partial view of the right side of the energy harvester.

The experimental setup contains a heater 5 located in the middle of the SMA 7 thread, spheres 4 on which NdFeB magnets 10 act directly. Sensors for determining the horizontal 3 and vertical 6 displacement of the masses have been added. These sensors are type APO-075-002-000 from TT Electronics Ltd UK. Parallel to the outputs of the two piezoelectric beams 2 are connected to variable load resistors 1, whose resistance is adjusted by an ohmmeter 9. The voltage from the piezoelectric beams and the two position sensors is fed into the Data Acquisition System DAQ USB – 6003 from National Instruments, after which it is processed by a laptop using LabVIEW 11 software to be recorded in an Excel file.

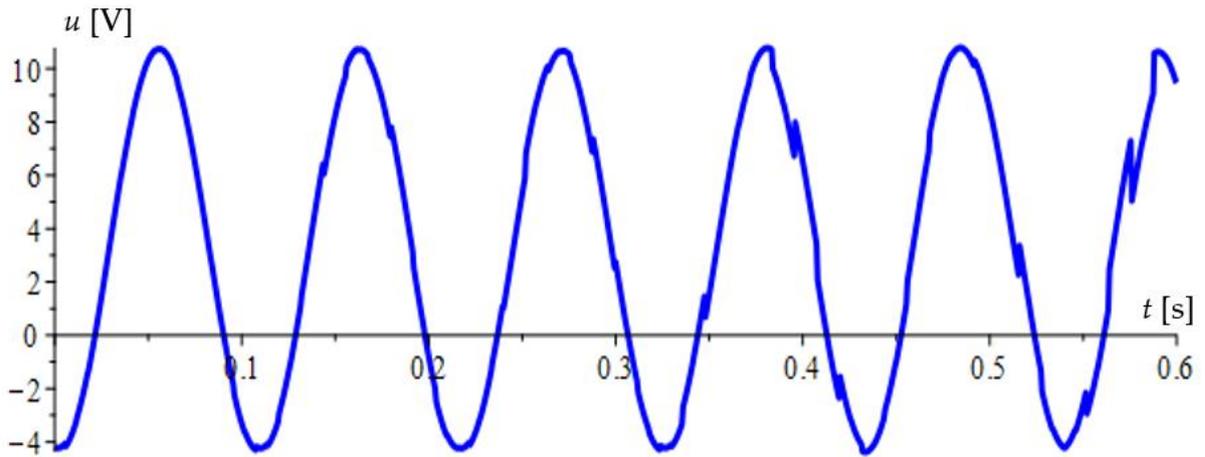
Figure 6 shows the results of the numerical simulation of the system of differential equations. The graphs obtained from the theoretical results confirm the actual behavior of the energy harvester under the influence of NdFeB magnets. The graphs show that the frequencies and amplitudes of the vibrations coincide, with stochastic processes also present here.



(a)



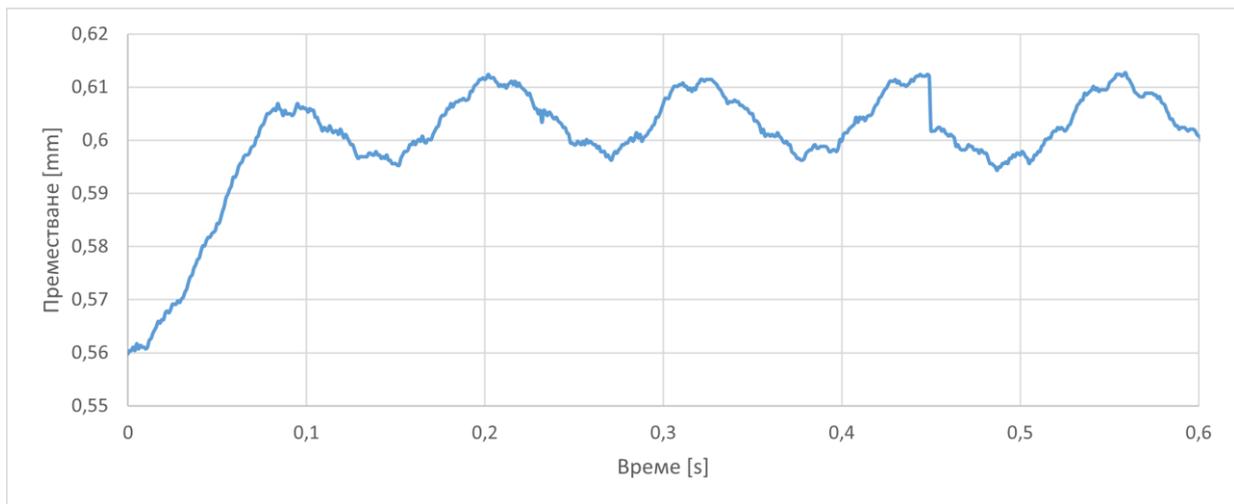
(b)



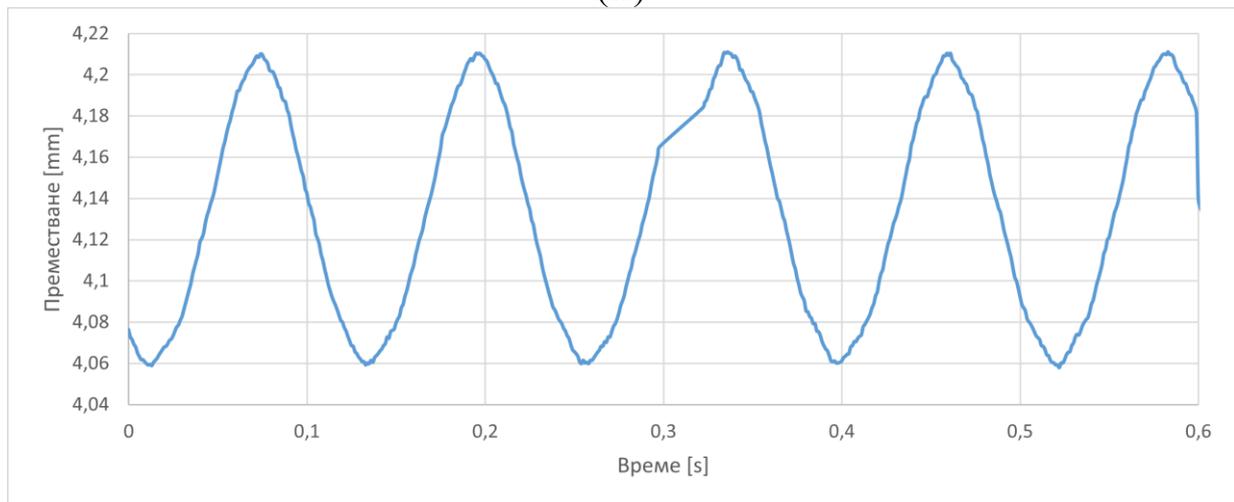
(c)

Figure 6 Graphs of the numerical solution of the system obtained from the data in Table 1; (a) displacement along the x -axis; (b) displacement along the y -axis; (c) measured stress on the PVDF bracket.

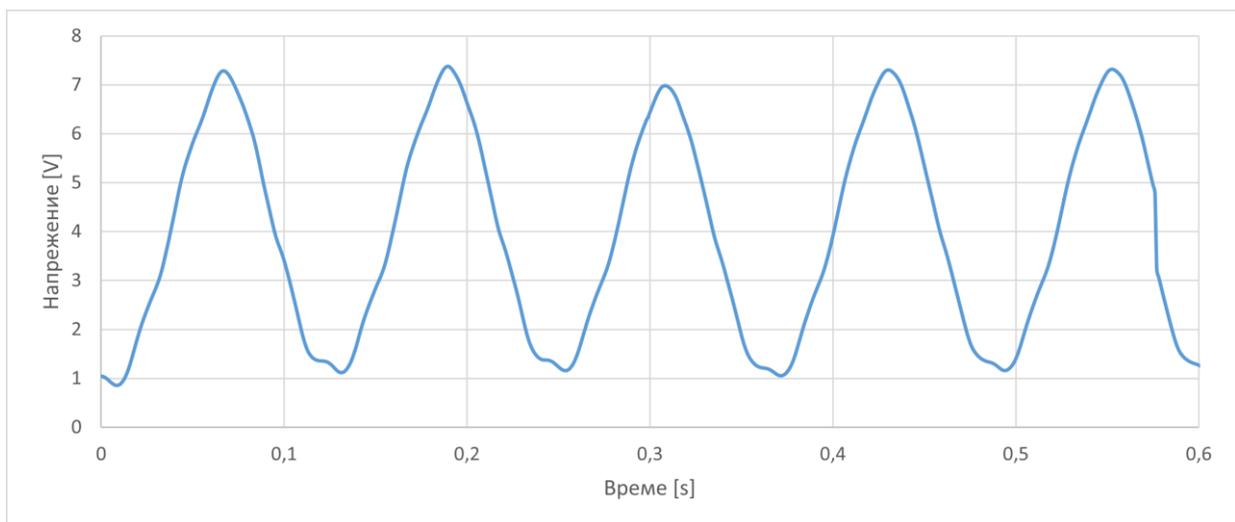
Due to the variable nature of the stiffness of the hot section and the presence of various hysteresis effects, the vibrations along the three axes are pseudo-periodic or rather stochastic in nature. Since the vibrations along the x -axis are the sum of thermal and elastic displacements, they are clearly distinguishable on the graph, where modulation with a higher frequency is observed (Figure 6).



(a)



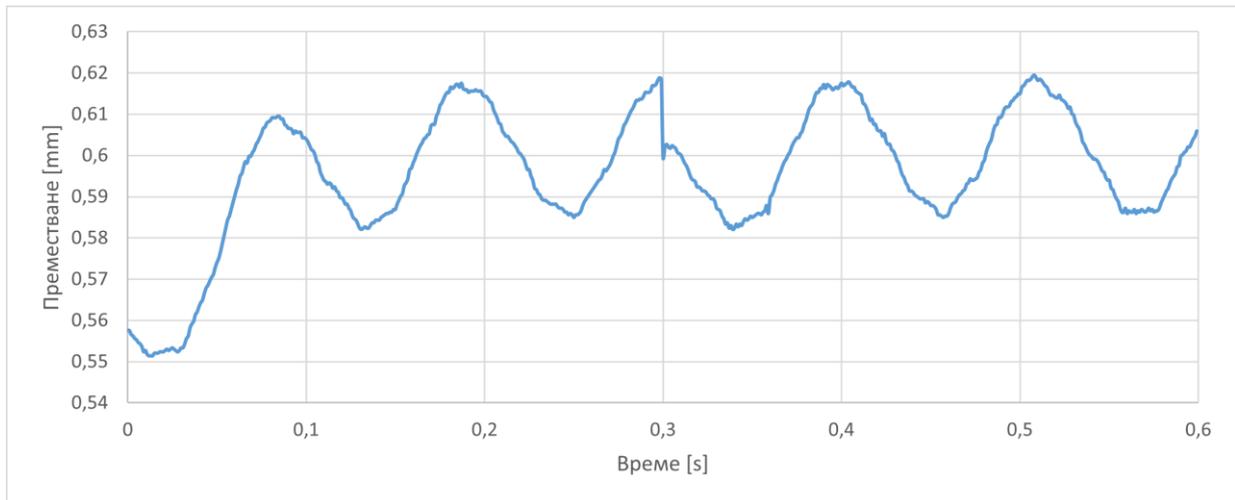
(b)



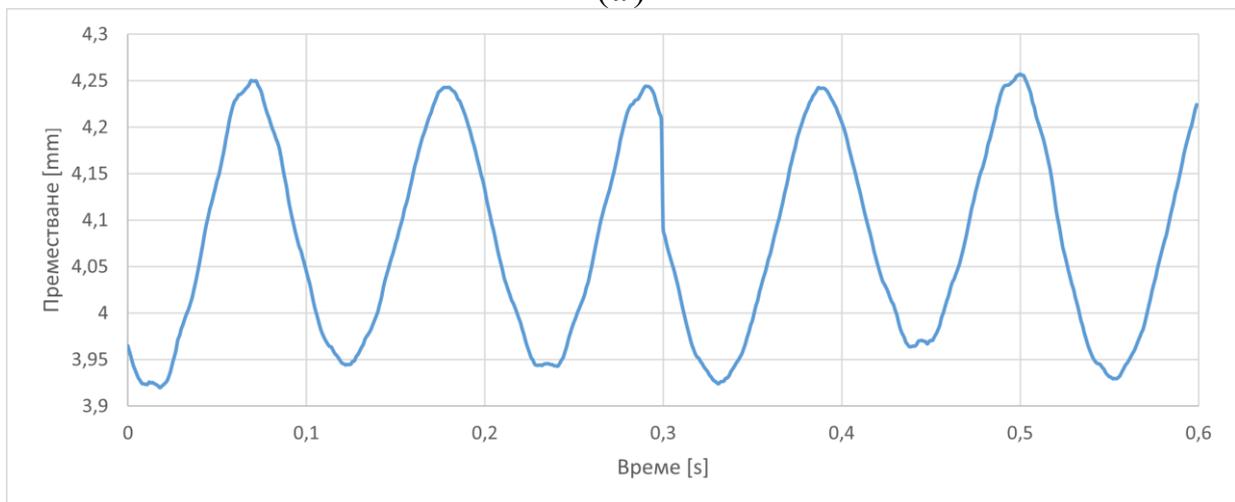
(c)

Figure 7 *Experimental results of the system's operation without the influence of NdFeB magnets and a heater temperature of 70°C: (a) displacement of the sphere along the x-axis; (b) displacement of the sphere along the y-axis; (c) stress on one of the PVDF brackets*

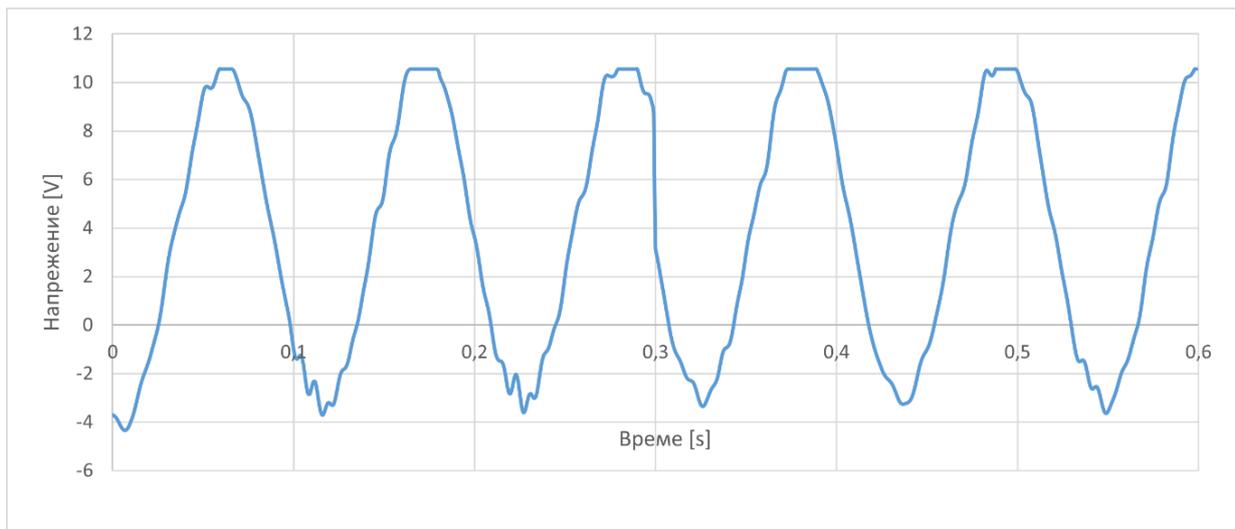
A comparison of Figure 7 and Figure 8 shows that the addition of NdFeB magnets improves the performance of the system. The oscillation frequency ω increases from 8.3 Hz to $\omega = 9.2 \text{ Hz}$, which in this case represents an increase in frequency of about 11%. The speed of the system is increased, the displacement δ increases, contributing to an increase in the deformation σ in the PVDF bracket and, consequently, in the generated peak-to-peak output voltage from 6.12 to 14.14 V , which represents an increase of about 130% in the output voltage of the energy harvester with magnets.



(a)



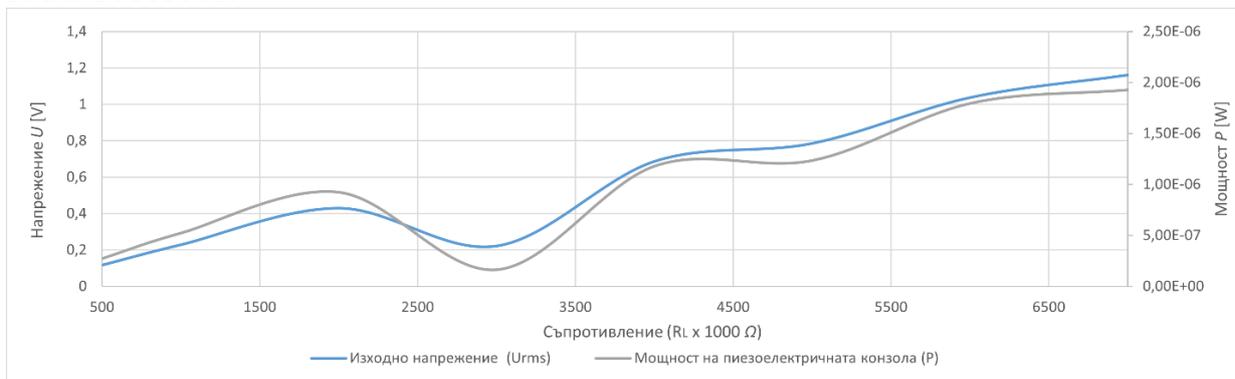
(b)



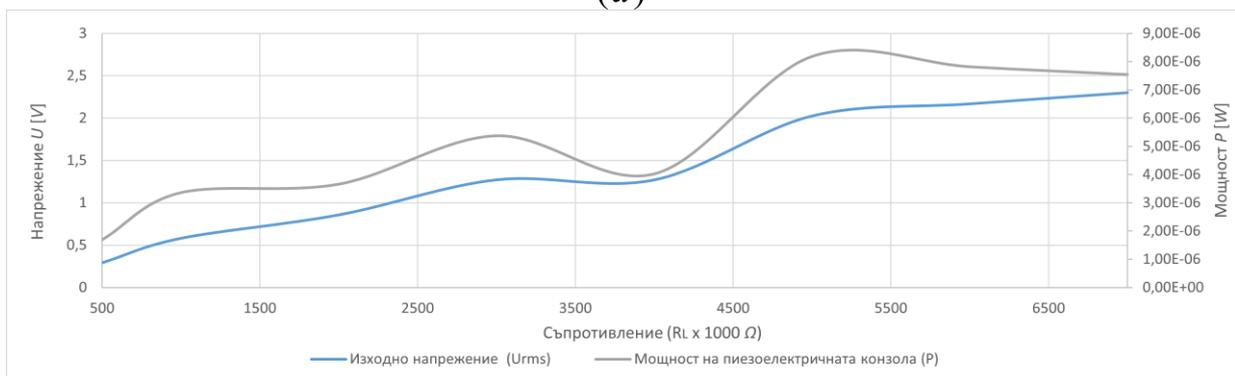
(c)

Figure 8 Experimental results of the system's operation under the influence of NdFeB magnets and a heater temperature of 70°C : (a) displacement of the sphere along the x-axis; (b) displacement of the sphere along the y-axis; (c) stress on one of the PVDF brackets

The experiment was conducted to determine the capabilities of the energy harvester in terms of output power. Figure 9 shows the dependencies of the maximum and effective output voltage on the load resistance. The results of the experiments comparing the power output of the system without the direct influence of NdFeB magnets (Figure 9 (a)) and with direct influence on the spheres from NdFeB magnets (Figure 9 (b)), were conducted with a step of $500\text{ K}\Omega$ for the load resistor.



(a)



(b)

Figure 9 Graph of the power obtained from the measured voltage of the PVDF bracket; (a) system operation without the influence of NdFeB magnets; (b) system operation with the influence of NdFeB magnets

The graphs show that the maximum power for a system without the influence of NdFeB magnets of $1.92 \mu W$ is achieved at $R_L = 7 M\Omega$ and output voltage $U = 1.16 V$. The maximum power for a system under the influence of NdFeB magnets is $8.19 \mu W$ at a load resistance of $R_L = 5 M\Omega$ and a peak-to-peak output voltage $U = 2.02 V$. The maximum output voltage $U = 2.3 V$ is achieved at $R_L = 7 M\Omega$ and power $P = 7.54 \mu W$. These results show that the magnets have contributed to an increase in the optimal output power by 330%.

Scientific and applied contributions

1 Scientific contributions

1.1 Proving, by new means, significant new aspects of existing scientific problems and theories

1. Using Lagrange equations of the second kind, a multiphysical dynamic model of a self-excited thermomechanical oscillator was created, in which an SMA thread with two concentrated spherical masses is driven by a constant temperature source. The resulting system of differential equations is solved numerically using an original program that employs an implicit Euler method.

2. The temperature change in the model of a self-excited thermomechanical oscillator is approximated by a stationary function of the vertical coordinate, which allows the temperature field to be considered potential.

3. A new multiphysical dynamic model of an energy harvester based on a thermomechanical oscillator has been created, in which a piezoelectric region has been added, describing the deformation and generation of electrical charge on PVDF polymer cantilevers. A novelty in this model is that polymer cantilevers with a low Young's modulus are assumed to copy the deformation of the SMA thread at the suspension point. For this purpose, the shape of the elastic line is approximated by a parabola that has the same initial and boundary conditions as the SMA thread.

4. It has been established that the multiphysical model of the energy harvester, after taking symmetry into account, contains three generalized electromechanical coordinates: horizontal and vertical displacement of the spheres and the electric charge of the

piezoelectric consoles. Numerical solutions of the generalized coordinates as a function of time have been obtained.

5. A magnetic field has been added to the multiphysical dynamic model of the energy harvester, which increases energy efficiency by adjusting the frequencies of self-excited vibrations. The energy of the permanent magnet field is introduced into the Lagrangian of the model through experimental approximation of the magnetic force and subsequent derivation of the potential energy.

6. Analysis has shown that the vibrations of the systems under consideration are stochastic in nature, and that in addition to mechanical vibrations, horizontal vibrations also include higher-frequency thermal vibrations due to the thermal contraction of the SMA thread.

1.2 Obtaining corroborating facts

1. Confirmative experimental facts have been obtained for the theoretically derived functions of the generalized coordinates for the three models of the self-excited thermomechanical oscillator, the energy harvester with PVDF brackets, and its magnetic frequency tuning.

2 Scientific applied contributions of the dissertation

1.1. Development of new research methods

1. Original stands have been created for simultaneous real-time measurement of mechanical vibrations in two perpendicular directions and generated alternating electrical voltage.

2. Mechanical vibrations are measured with non-contact electromagnetic position sensors, which eliminate the integration errors characteristic of inertial sensors.

3. Original LabVIEW programs were created to record and process the data from the experiments.

4. The power of the energy harvesters was measured as a function of the load resistors.

2.2 Creation of new structures

1. A new design of a symmetrical self-excited thermomechanical oscillator has been created, in which vibrations are induced in an SMA thread by a constant temperature heater.

2. Based on a self-exciting thermomechanical oscillator, an energy harvester has been created that converts the mechanical oscillations of the SMA thread into electrical charge via piezoelectric PVDF consoles.

3. An original system for magnetic adjustment of the vibration frequency of an energy harvester has been created.

List of publications related to the dissertation

1. Ivo Yotov, Georgi Todorov, Todor Todorov; *Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys*; Actuators; 2024; 13; <https://doi.org/10.3390/act13050182>
2. Ivo Yotov, Georgi Todorov, Elitsa Gieva, Todor Todorov; *Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers*; Actuators; 2024; 14; <https://doi.org/10.3390/act14010008>
3. Ivo Yotov, Georgi Todorov, Todor Gavrilov, Todor Todorov; *Magnetic Frequency Tuning of a Shape Memory Alloy Thermoelectric Vibration Energy Harvester*; Energies; 2025; 18; <https://doi.org/10.3390/en18133341>

Citations of publications on the topic:

1. Cheng, Y.; Wang, J.; Li, R.; Gu, X.; Zhang, Y.; Zhu, J.; Zhang, W. Design and Prototype Testing of a Smart SMA Actuator for UAV Foldable Tail Wings, *Actuators* 2024, 13, 499. <https://doi.org/10.3390/act13120499>.

Citing: Yotov, I.; Todorov, G.; Todorov, T. Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys. *Actuators* 2024, 13, 182. <https://doi.org/10.3390/act13050182>

2. Dali Ge; Wu Bao; Kai Li; Haiyi Liang, Self-oscillation-driven locomotion in a liquid crystal elastomer-based robot under constant illumination, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2025, 145, 108706. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2025.108706>

Citing: Yotov, I.; Todorov, G.; Todorov, T. Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys. *Actuators* 2024, 13, 182. <https://doi.org/10.3390/act13050182>

3. Arthur Adeodato; Lucas Lisboa Vignoli; Marcelo A. Savi; Luciana L. S. Monteiro Adaptive piezoelectric energy harvester using a shape memory alloy stopper, *Nonlinear Dynamics*, 2025, doi: 10.1007/s11071-025-11116-0

Citing: Yotov, I.; Todorov, G.; Gieva E.; Todorov, T. Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers. *Actuators* 2024, 14, 1, 8. <https://doi.org/10.3390/act14010008>

4. Bangul Khan, Rana Talha Khalid, Muhammad Hasan Masrur, Muhammad Awais, Nimra Imdad, Mohamed Elhousseini Hilal, Wasim Ullah Khan, Zainab Riaz, Syed Bilal Ahmed, Bilawal Khan, Umay Amara, Bee Luan Advances in Polyvinylidene Fluoride (PVDF) for Self-Powered Wearable Physiological Monitoring and Energy Harvesting Applications, *Nano Energy* 2025, <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2025.111296>

Citing: Yotov, I.; Todorov, G.; Gieva E.; Todorov, T. Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers. *Actuators*, 2024, 18, 13, <https://doi.org/10.3390/act14010008>

5. Olga Łastowska, Vitaliy Polishchuk, Andrii Poznanskyi Thermomechanical Parameters Modelling of Spring Force Elements Made of Shape Memory Alloys, *Materials* 2025, <https://doi.org/10.3390/ma18133055>

Citing: Yotov, I.; Todorov, G.; Gieva E.; Todorov, T. Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers. *Actuators* 2024, 14, 1, 8. <https://doi.org/10.3390/act14010008>

Proposals for awards on the topic:

Заглавие **Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy
Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF
Cantilevers**

От Research Awards

До tst@tu-sofia.bg

Дата Сря 14:27

Dear Author,

Welcome! Your recent publication has been provisionally selected for the "Best Researcher Award."

Submit your profile via the Following link : <https://g-o.li/RQPpK>

Regards,
Organizing Committee
SER Awards

Reference:

This paper discusses the dynamics of a novel energy harvester that converts heat into mechanical vibrations of two polyvinylidene fluoride (PVDF) piezoelectric cantilevers that generate electrical energy using a shape memory alloy (SMA) filament. The vibrations are generated by a symmetrical system of two masses placed on the SMA filament, which moves transversely due to its own longitudinal temperature contractions and extensions. Temperature differences over a heat source of constant temperature are the cause of the periodic changes in length of the SMA filament. An experimental setup was created to study the harvester by measuring the mass displacements and electrical voltages generated by the piezoelectric cantilevers. Data were obtained on the dependence of the output voltage and power on the load resistance of the consumer. The experimental results are validated by a multiphysics dynamical model, taking into account the relationships between the mechanical, thermal and electrical domains. The vibrational modeling of the SMA filament takes into account the hysteresis properties and their characteristics when the time gradient changes, leading to the appearance of minor and sub-minor hysteresis. Research has shown

that from a heater with a constant temperature of 70 °C, the maximum power obtained is 3.6 μ W at a load resistance of 4 M Ω , and a maximum voltage of 5.8 V was generated at a load resistance of 13 M Ω . An important feature of the proposed design is the possibility of miniaturizing the mechanical system.

<https://www.mdpi.com/2076-0825/14/1/8>

РЕЗЮМЕ

Тема на дисертационният труд: Моделиране и изследване на енергийно преобразуващи системи, базирани на сплави с памет на формата

Автор: маг. инж. Иво Йотов Йотов

Във връзка с нарастващата нужда от устойчиви енергийни източници и ефективни системи за преобразуване на енергия, моделирането и синтезирането на системи за преобразуване на енергия с *сплави с памет на формата* (СПФ) се превръщат във важна област на научните изследвания. Тези специални материали предлагат уникални възможности за преобразуване на енергия благодарение на своите изключителни механични и термични свойства.

Използването на СПФ в енергийните системи е обещаваща посока за разработването на интелигентни и ефективни решения. SMA имат способността да запазват определена форма и след това да се връщат към първоначалната си форма под въздействието на определени термични или механични стимули. Тази уникална способност ги прави подходящи за приложение в различни енергийни системи, като сензори за топлина и напрежение, термични актуатори и механични резонатори.

В този контекст изследванията в областта на моделирането и синтеза на системи за преобразуване на енергия с СПФ се фокусират върху оптимизиране на производствените технологии, разработване на нови методи за моделиране и симулация и разширяване на приложението им в различни области на енергийната индустрия. Целта на тези изследвания е да се създадат по-ефективни и устойчиви енергийни системи, които да отговорят на нарастващите нужди на обществото от чиста и устойчива енергия.

Целта на дисертацията на тема „Моделиране и изследване на енергийно преобразуващи системи, базирани на сплави с памет на формата ” е да проучи и изследва възможностите за приложение на сплавите с памет за форма в енергийната промишленост. Конкретната цел на дисертацията е да предостави цялостен анализ на технологиите за моделиране и синтезиране на системи за преобразуване на енергия, които използват сплави с памет за форма като ключов компонент.

Основните аспекти, обхванати в дисертацията, включват:

1. Изследване на свойствата на сплавите с памет за форма и техните възможности за преобразуване на енергия

2. Анализ на съществуващите модели и методи за моделиране на системи за преобразуване на енергия с сплави с памет за форма.

3. Разработване на нови модели и методи за оптимизиране на системи за преобразуване на енергия с сплави с памет за форма.

4. Експериментално потвърждение на ефективността на различни системи за преобразуване на енергия, базирани на сплави с памет за форма.

5. Проучване на потенциалните приложения на тези системи в областта на възобновяемата енергия, интелигентните градове, автомобилната промишленост и други области.

References:

- [1] R. Mitrev, E. Atamas, O. Goncharov, T. Todorov and I. Iatcheva, "Modeling and study of a novel electrothermal oscillator based on shape memory alloys," in *9th International Scientific Conference Techsys 2020* – engineering, technologies and systems .
- [2] A. Preumont, *Mechatronics: Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*, Springer Science & Business Media, 2006.
- [3] T. Todorov, R. Mitrev, B. Tudjarov and R. Nikolov, "Qualitative Analysis of Oscillating Magnetomechanical System," *IOP Conf Ser Mater Sci Eng*, vol. 618, p. 012054, 2019.
- [4] G. M. Sessler, "Piezoelectricity in polyvinylidene fluoride," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 70, no. 6, p. 1596–1608, 1981.
- [5] R. Mitrev and T. S. Todorov, "A case study of experimental evaluation of the properties of shape memory alloy wires," *AIP Conference Proceedings*, vol. 2449, no. 1, p. 060010 , 2022.
- [6] I. Yotov, G. Todorov and T. Todorov, "Actuators," *Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys*, vol. 13, no. 5, p. 182, 2024.