

РЕЗЮМЕТА И ПРИНОСИ НА НАУЧНИТЕ ТРУДОВЕ

на

гл. ас. д-р Екатерина Борисова Лазарова

за участие в конкурс за заемане на академична длъжност „Доцент“
в област на висше образование: 4. „Природни науки, математика и информатика“
Професионално направление: 4.5. Математика
Специалност „Диференциални уравнения“
обявен в ДВ брой 101 / 27 ноември 2025 г.
катедра „Математически анализ и диференциални уравнения“ при ФПМИ на ТУ - София

За участие в настоящия конкурс са избрани девет (9) публикации и един (1) учебник (вж. *Списък на научните трудове за участие в конкурса*). Всички научни публикации представляват оригинални научни резултати, публикувани след защитата на образователната и научна степен „доктор“ (2021 г.) и не са включени в материалите, представени при заемането на академичната длъжност „главен асистент“ през 2022 г. (вж. *Списък с всички научни публикации и Хабилитационна разширена справка за научни приноси*). Статиите са публикувани в международни рецензирани списания, индексирани в Web of Science и/или Scopus, включително списания, класифицирани в първи и втори квартал съгласно утвърдени международни критерии.

I. Научни публикации

В4. Хабилитационен труд – резюмета на научни публикации в издания, които са реферирани и индексирани в световноизвестни бази данни с научна информация (Web of Science и Scopus)

Научните резултати са в областта на дробните диференциални и функционално-диференциални уравнения от неутрален тип с дробни производни в смисъл на Капуто, както и дробна производна по отношение на друга функция. Изследвани са предимно качествени свойства на съответните постановки с итерирани закъснения, включително съществуване, единственост, интегрално представяне на решението и различни видове устойчивост по Улам. Анализът е осъществен предимно чрез методи от функционалния анализ и топологични подходи, основани на теореми за неподвижна точка (включително теоремите на Банах и Красноселски), чрез използване на обобщени норми (в частност, на Биелецки), свиващи изображения, компактни оператори и дробни аналози на неравенството на Grönwall. В хабилитационните трудове се приемат стандартни допускания за регулярност на началните функции и Липшицова непрекъснатост на нелинейните членове и на функциите, задаващи закъсненията, гарантиращи коректното дефиниране на интегралния оператор на Волтера и приложимост на теореми за неподвижна точка. При изследването на устойчивост е използвана класическата концепция и основна идея при практическото приложение на устойчивост по Улам. Теоретичните резултати са илюстрирани с приложни примери, включително модифициран логистичен модел и модел на Норфилд за невронна мрежа с итерирани закъснения, което разширява приложимостта към йерархични динамични модели и съвременни постановки в областта на изкуствения интелект.

1. **Madamlieva, E.**; Konstantinov, M. On the Existence and Uniqueness of Solutions for Neutral-Type Caputo Fractional Differential Equations with Iterated Delays: Hyers–Ulam–Mittag–Leffler Stability. *Mathematics* 2025, 13(3), 484.

<https://doi.org/10.3390/math13030484>

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:001418603400001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85217688275?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2024 = 2.2 – Q1), (SCOPUS, SJR 2024 = 0.498 - Q2)

Резюме: Изследвани са нелинейни дробни диференциални уравнения, с производни от тип на Капуто и повтарящи се закъснения от неутралния тип. Този вид свръхнеутрални уравнения са обстойно изучавани в научните изследвания, като първоначално са формулирани от Д. Байнов и втория автор на настоящата статия между 1972 и 1978 г. Настоящата работа има за цел да съживи интереса към този вид закъснения в случай на по-сложен тип диференциални уравнения, по-конкретно тези включващи дробно смятане. Основните цели са задълбочено изследване на дробни диференциални уравнения от неутрален тип с повтарящи се закъснения и получаване на нови резултати за тяхното съществуване и единственост чрез прилагане на нормите на Bielecki и Chebyshev. Освен това, в работата е изследвана устойчивост на Hyers–Ulam–Mittag–Leffler за този вид уравнения.

Приноси:

- Получени са достатъчни условия за съществуване и единственост на решение за нелинейни неявни дробни диференциални уравнения с итерирани закъснения от неутрален тип. Приложена е теоремата на Банах за неподвижна точка и нормите на Чебишев и Биелецки.
- Изследвана е Ulam–Hyers–Mittag–Leffler устойчивост в случая на класическа дробна производна на Капуто.
- Като приложение на получените теоретични резултати е разгледан модифициран логистичен модел от дробен ред.

2. Agarwal, R. P.; Konstantinov, M. M.; **Madamlieva, E. B.** Ulam-Type Stability and Krasnosel'skii's Fixed Point Approach for φ -Caputo Fractional Neutral Differential Equations with Iterated State-Dependent Delays. *Fractal and Fractional* 2025, 9(12), 753;

<https://doi.org/10.3390/fractalfract9120753>

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:001647217000001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/105026079386?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2024=3.3 - Q1), (SCOPUS, SJR 2024 = 0.749 - Q2)

Резюме: Изследвани са съществуване, единственост и устойчивост в смисъла на Hyers–Ulam за дробни неутрални функционални диференциални уравнения с рекурсивно дефинирани закъснения, зависещи от състоянието. Използвайки дробната производна на Капуто от ред $\alpha \in (0,1)$ относно строго растяща, почти навсякъде, функция φ , анализът разширява класическите резултати до неравномерна памет. Неутралният член и веригата от закъснения се дефинират рекурсивно от решението, с произволни непрекъснати начални данни. Съществуване на решение е установено с помощта на теоремата за неподвижна точка на Красноселски. Достатъчни условия за устойчивост са получени чрез интегралното уравнение на Волтера и φ -дробно неравенство на Grönwall. Примерите илюстрират както стандартни, така и нелинейни времеви скали, включително невронна мрежа на Хопфийлд с итерирани закъснения, която не е била изследвана преди това дори за уравнения от целочислен ред. Дробните невронни мрежи с итерирани закъснения, зависещи от състоянието, предоставят нов и ефективен модел за описание на процесите на ИИ - по-специално машинно обучение и разпознаване на образи - както и при модели на функционирането на човешкия мозък.

Приноси:

- Получени са достатъчни условия за съществуване и единственост на решение за неутрални уравнения с обобщена производна на Caputo (with respect to another function, by another function). Инструмент за изследването е теоремата на Krasnoselskii.
- Изследвана е Ulam–Hyers устойчивост за уравнения с обобщена производна на Caputo и произволни непрекъснати начални функции над произволен компактен интервал.
- Представен е сравнителен анализ на получените оценки с помощта на неравенство на Gronwall.
- Теоретичните резултати са илюстрирани чрез числени симулации, приложени включително и към математически модели в инженерството (в частност, Hopfield невронна мрежа).

G7. Scientific publications that are referenced and indexed in world-famous databases with scientific information (Web of Science and Scopus), outside of the habilitation work

В настоящата група от публикации е отделено специално внимание на линейни дробни системи с разпределени закъснения, за които са установени интегрални представяния, съществуване и единственост на решенията и устойчивост при минимални ограничения относно регулярността на началните функции, включително прекъснати функции и такива с ограничена вариация. Тези резултати се разглеждат като естествено продължение на изследванията, проведени и представени за докторската дисертация на кандидата.

1. **Madamlieva, E.**; Milev, M.; Stoyanova, T. On Stability Criteria Induced by the Resolvent Kernel for a Fractional Neutral Linear System with Distributed Delays. *Mathematics*, Vol. 11 (2023), No. 3, 626, ISSN 2227-7390,

<https://doi.org/10.3390/math11030626>

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:000930745000001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85147886598?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2022 = 2.4 – Q1), (SCOPUS, SJR 2022 = 0.446 - Q2)

Резюме: Разгледана е начална задача за линейна неутрална система с разпределени закъснения и производни в смисъла на Капуто, с различни видове начални функции. В случай, че началните функции са с ограничена вариация, е доказано, че началната задача има единствено решение. Теоремата на Krasnoselskii за неподвижна точка е подходящ инструмент за доказване на съществуването на решения в случай на неутрални системи. Като следствие от този резултат получаваме съществуване и единственост на фундаментална матрица за хомогенната система. В общия случай, без допълнителни предположения за тип ограниченост, се установява, че съществуването и единствеността на фундаментална матрица води до съществуване и единственост на резолвентно ядро и обратно. Освен това е доказана явна формула, която описва връзката между фундаменталната матрица и резолвентното ядро. Въз основа на съществуването и единствеността на резолвентно ядро са получени необходими и достатъчни условия за устойчивост на нулевото решение на хомогенната система. И накрая, разглеждаме добре известен икономически модел за описване на динамиката на богатството на нациите и коментираме възможностите за приложение на получените резултати за разглежданите системи, които включват като частен случай разглеждания модел.

Приноси:

- Доказано е, че началната задача за линейни неутрални дробни системи с разпределени закъснения и производни на Капуто от несъизмерен ред, допускаща широк клас от начални функции, е коректно дефинирана, включително и за частично непрекъснати начални функции и функции с ограничена вариация.
- Изяснена е ролята на точките на прекъсване/скоковете и тяхната допустимост при наличие на дробен оператор за линейни системи от неутрален тип.
- В общия случай (без допълнителни предположения за ограниченост на ядрото от типа на Stieltjes–Volterra в интегрална форма) е доказана еквивалентност между: (i) съществуването/единствеността на фундаменталната матрица и (ii) съществуването/единствеността на резолвентното ядро; извежда се експлицитна аналитична формула, свързваща тези обекти.
- Въз основа на резолвентното ядро са получени необходими и достатъчни условия за устойчивост на нулевото решение на хомогенната система.
- Взаимодействието между концентрираните закъснения в неутралния член и долния терминал на дробната производна е анализирано подробно, по-специално когато долният терминал е регулярна или нерегулярна точка на скок за началната функция.

2. **Madamlieva, E.**; Kiskinov, H.; Petkova, M.; Zahariev, A. On the Preservation with Respect to Nonlinear Perturbations of the Stability Property for Nonautonomous Linear Neutral Fractional Systems with Distributed Delays, *Mathematics*, Vol. 10 (2022), No. 15, 2642.

<https://doi.org/10.3390/math10152642>

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:000839847100001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85136790391?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2022 = 2.4 – Q1), (SCOPUS, SJR 2022 = 0.446 - Q2)

Резюме: В настоящата работа са получени достатъчни условия, при които задачата на Коши за нелинейно пертурбирана неавтономна неутрална дробна система с разпределени закъснения и производни от типа Капуто има единствено решение в случай на начални функции с прекъсвания от първи род. За тази система, чрез прилагане на формула за интегрално представяне на решението на нехомогенната линейна неутрална дробна система, открихме някои допълнителни естествени условия, които гарантират, че от глобалната асимптотична устойчивост на нулевото решение на линейната част на нелинейно пертурбираната система, следва глобална асимптотична устойчивост на нулевото решение на цялата нелинейно пертурбирана система.

Приноси:

- Съществуващите резултати за запазване на устойчивостта за автономни неутрални дробни системи с концентрирани закъснения са разширени до по-обща неавтономна постановка с разпределени закъснения и дробни производни от типа Капуто.
- Получени са достатъчни условия за съществуване и единственост на решенията на съответната задача на Коши при наличие на прекъснати начални функции със скокове от първи род, като изрично се отчитат допустимите модели на прекъснатост.
- Използвайки формула за интегрално представяне на нехомогенната линейна неутрална дробна система (с нулево начално условие), са изведени естествени и проверими условия, гарантиращи, че глобалната асимптотична устойчивост на нулевото решение на линейната част предполага глобална асимптотична устойчивост на нулевото решение на цялата нелинейно пертурбирана система.
- Анализът систематично отчита взаимодействието между концентрираните закъснения в неутралния член и долния терминал на дробната производна, включително случаите, когато този терминал действа като регулярна или нерегулярна точка на скок на

началната функция; това осигурява усъвършенстван механизъм за пренос на устойчивост, специфичен за неавтономни дробни системи с разпределени закъснения.

3. Kiskinov, H.; **Madamlieva, E.**; Zahariev, A. Hyers–Ulam and Hyers–Ulam–Rassias Stability for Linear Fractional Systems with Riemann–Liouville Derivatives and Distributed Delays. *Axioms*, Vol. 12 (2023), No. 7, 637.

<https://doi.org/10.3390/axioms12070637>.

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:001034967300001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85166439783?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2022: 2.0 - Q2), (SCOPUS, SJR 2022: 0.388)

Резюме: Целта на настоящата статия е да се изследват асимптотичните свойства на решенията на линейна дробна система с производни от типа на Риман–Лиувил и разпределени закъснения. Доказано е, при естествени предположения (подобни на използваните в случая, когато производните са от първи (цял) ред), съществуване и единственост на решенията на началната задача за тези системи, с прекъснати начални функции. Като следствие, е доказано съществуването на единствена фундаментална матрица за хомогенната система, която ни позволява да установим интегрално представяне на решенията на началната задача за съответната нехомогенна система. След това е въведена за изследваните системи концепция за устойчивост във времето по Hyers–Ulam (Hyers–Ulam in time stability) и устойчивост във времето по Hyers–Ulam–Rassias (Hyers–Ulam–Rassias in time stability). Като приложение на получените резултати предлагаме нов подход (вместо стандартния подход с фиксирана точка), базиран на полученото интегрално представяне и установяваме достатъчни условия, които гарантират устойчивост по Hyers–Ulam. Накрая е доказано, че устойчивостта във времето на Hyers–Ulam води до устойчивост във времето по Ляпунов за изследваните хомогенни системи.

Приноси:

- При допускания, сравними с използваните в случая с целочислен ред, се установяват съществуването и единствеността на решенията на началната задача за линейни дробни системи с производни на Риман–Лиувил и разпределени закъснения, включително за прекъснати начални функции с краен брой скокове. В резултат на това се доказва съществуването на единствена фундаментална матрица за хомогенната система, което позволява изграждането на интегрално представяне за решенията на съответната нехомогенна задача.
- Въведени са нови понятия за устойчивост във времето по Hyers–Ulam и устойчивост във времето по Hyers–Ulam–Rassias за разгледания клас дробни системи.
- Разработен е анализ на устойчивостта, базиран на полученото интегрално представяне на решенията, предоставящ алтернатива на стандартните подходи с фиксирана точка и осигуряващ широка приложимост в линейни системи.
- Показано е, че устойчивост във времето по Hyers–Ulam предполага устойчивост във времето по Ляпунов за съответните хомогенни системи.

4. Kiskinov, H.; **Madamlieva, E.**; Veselinova, M.; Zahariev, A. On Variation of Constant Formulae for Linear Fractional Delayed System with Lebesgue Integrable Initial Conditions, *AIP Conference Proceedings*, Vol. 2939 (2023), No. 1,

<https://doi.org/10.1063/5.0178529>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85180289736?origin=resultslist>

(SCOPUS, SJR 2023 = 0.152)

Резюме: В настоящата работа се разглежда задачата на Коши за линейна система със закъснение и производни в смисъла на Капуто от несъизмерим ред, разпределени закъснения и локално интегрируеми по Лебег начални функции. За тази система се е приложена формула за вариране на константите. Получените резултати разширяват съответните в частните случаи на дробни системи с постоянни и променливи закъснения. Получените достатъчни условия са почти същите като условията в случая на линейни диференциални уравнения с разпределени закъснения с целочислен ред на диференциране.

Приноси:

- Класическият метод за вариране на константите е разширен за линейни дробни системи с производни от типа на Капуто от несъизмерим ред и разпределени закъснения.
- Изведено е интегрално представяне на решенията за съответната начална задача при слаби предположения за регулярност на началните данни, включително локално интегрируеми по Лебег и локално ограничени начални функции.
- Предложените условия са тясно свързани с известните от теорията за целочисления порядък на диференциране, като по този начин се изясняват структурните сходства и подчертават дробните характеристики в резултат от наличието на дробни производни.

5. Agarwal, R. P.; **Madamlieva, E.** Analysis of Mild Extremal Solutions of Fractional Nabla Delayed Difference Equations. *Mathematics*, Vol. 13 (2025), No. 8, 1321

<https://doi.org/10.3390/math13081321>

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:001475508800001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/105003702122?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2024 = 2.2 – Q1), (SCOPUS, SJR 2024 = 0.498 - Q2)

Резюме В настоящата статия са изследвани екстремални решения за диференчни уравнения от дробен ред, използвайки набла дробен оператор на Капуто за получаване на умерени долни и горни приближения с помощта на дискретно дробно смятане. Използван е нов подход за демонстриране на равномерната сходимост на редиците от долни и горни приближения в рамките на монотонната итеративната схема, чрез използване на сумационно представяне на решенията, което служи като дискретен аналог на интегралните уравнения на Волтера. Това изследване подчертава практическите приложения чрез числени симулации в дискретна версия на невронна мрежа с двупосочни асоциативна памет.

Приноси:

- Изследвани са нелинейни набла уравнения от дробен ред с постоянни закъснения.
- Получени са достатъчни условия за съществуване и равномерна сходимост на две редици от умерени долни и горни решения на разгледаните уравнения в произволен компактен интервал.
- Предложен е алгоритъм за апроксимация чрез монотонно-итеративна техника на Lakshmikantham за екстремалните решения на изследваните уравнения.
- Получените резултати са илюстрирани върху дискретен модел на невронна мрежа с двупосочна асоциативна памет.

В допълнение към приносите в областта на дробните диференциални уравнения, две от статиите, включени в тази група, са посветени на приложенията на математиката. Една от тези статии поставя особен акцент върху статистическите методи, включително елементарни статистически техники, прилагани към анализа на резултатите от местните избори. Изследването има за цел да идентифицира количествени модели, структурни характеристики и наблюдаеми тенденции в изборните данни, като по този начин допринесе за по-ясно разбиране на процесите, лежащи в основата на политическата и икономическата динамика на национално и регионално ниво.

Освен това, друга статия разглежда грешки, възникващи в компютърните алгоритми, използвани за решаване на изчислителни задачи в математическия анализ и матричната алгебра. Такива грешки са от ключово значение в реално време при ситуации, в които числените неточности могат да доведат до значителни материални загуби или други сериозни неблагоприятни последици.

6. Konstantinov, M.M.; Petkov, P.H.; **Madamlieva, E.B.** Brute Force Computations and Reference Solutions. *Foundations*, Vol. 5 (2025), No. 7.

<https://doi.org/10.3390/foundations5010007>

https://www.webofscience.com/wos/allldb/full-record/RC:139630698_S24

(Web of Science, Research Commons)

Резюме: В тази статия се разглежда приложението на brute force изчислителни техники (BFCT) за решаване на изчислителни задачи в математическия анализ и матричната алгебра в среда на изчисления с плаваща запетая. Тези техники включват, наред с други, прости матрични изчисления и анализ на графики на функции. Тъй като BFCT са базирани на матрични изчисления, програмната система MATLAB® е подходяща за тяхната компютърна реализация. Изчисленията в тази статия са извършени с двойна точност и плаваща запетая, спазвайки стандарта IEEE 2019 за двоични изчисления с плаваща запетая. Една от целите на тази статия е да се анализират случаи, при които популярни алгоритми и софтуер не успяват да дадат правилни отговори, като не предупреждават потребителя. В приложения за управление в реално време това може да има катастрофални последици с тежки материални щети и човешки жертви. Известно е или се предполага, че редица причинени от човека катастрофи, като например инцидента с Dharhan (1991 г.), неуспешното изстрелване на Ariane 5 (1996 г.), трагедиите на Boeing 737 Max (2018, 2019 г.) и други, се дължат на грешки в компютърния софтуер и хардуер. Друго приложение на BFCT е намирането на добри начални предположения за известни изчислителни алгоритми. Понякога простите и относително бързи BFCT са полезни инструменти за правилно решаване на изчислителни задачи в реално време. Сред разглежданите конкретни проблеми са реалното събиране на машинни числа, числено устойчиви изчисления, намиране на минимума на масиви, минимизиране на функции, решаване на крайни уравнения, интегриране и диференциране, изчисляване на кондензирани и канонични форми на матрици и изясняване на концепциите на метода на най-малките квадрати по отношение на конфликтните остатъци спрямо грешките. Обикновено BFCT се прилагат под наблюдението на потребителя, което не е възможно при автоматичното внедряване на изчислителни методи. Автоматичното внедряване на BFCT е трудна задача в областта на изкуствения интелект и по-специално на математическия изкуствен интелект. BFCT позволяват да се разкрие основната аритметика при изпълнението на изчислителни алгоритми. Не на последно място, тази статия има учебна стойност, тъй като изчислителните алгоритми и математическият софтуер често се преподават, без да се вземат предвид свойствата на изчислителните алгоритми и машинната аритметика.

Приноси:

- Числовите грешки при изчисления с плаваща запетая са анализирани в контекста на изчислителни задачи в математическия анализ и матричната алгебра, с акцент върху приложения в реално време.
- Представени са случаи на отказ в широко използвани алгоритми и софтуер са идентифициране и обсъждане като потенциални източници на неоткрити некоректни резултати.
- BFCT са демонстрирани като надеждни инструменти за валидиране и за изграждане на референтни решения и устойчиви първоначални предположения.

7. Konstantinov, M.; Boneva, J.; Pavloff, J.; Konstantinov, S.; **Madamlieva, E.** Mathematics of the 2023 Local Elections in Bulgaria, *International Journal of Applied Mathematics*, Vol. 36 (2023), No. 6, 865-883 ISSN: 1311-1728 (printed version); ISSN: 1314-8060 (on-line version)

<http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v36i6.9>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85191830216?origin=resultslist>

(SCOPUS, SJR 2024 = 0.304 - Q3)

Резюме: Статията е посветена на математическите аспекти на националните местни избори, проведени в България на 29 октомври и 5 ноември 2023 г. По-специално се анализира корелацията на Pearson между гласуването за кметове на общини и общински съветници в големите общини. Въвеждат се и се изследват коефициентите на мобилизация на кандидатите както за местни, така и за президентски избори. Изследват се също границите на избираемост на независимите кандидати, обратите на балотажите и парадоксите в местните избори. Повечето от тези въпроси се разглеждат за първи път. Така се илюстрира афоризмът „Изборите са пресечна точка на правото и математиката“.

Приноси:

- Статистически и математически методи, включително елементарни статистически техники, се прилагат към анализа на данните от местните избори в България, за да се извлекат количествени модели и структурни характеристики.
- Резултатите допринасят за идентифицирането на наблюдаеми тенденции в изборната динамика и подкрепят разбиране, основано на доказателства, на основните политически и социално-икономически процеси на национално и регионално ниво.

II. Учебници

Екатерина Мадамлиева, Михаил Константинов, Юлияна Бонева, Петко Петков, ПРОИЗВОДНИ, ИНТЕГРАЛИ И ДИФЕРЕНЦИАЛНИ УРАВНЕНИЯ (С ПРИМЕРИ ОТ MATLAB®). ISBN 978-954-724-191-6. Университет по архитектура, строителство и геодезия, София, 2026. Печат: Университетско издателство “Св. Климент Охридски”, unipress.bg

Част от тази книга е преработено и съществено разширено издание на учебника [Константинов, М. Техника на интегрирането: неопределен интеграл. УАСГ, София, 1996], що се отнася до материала за интегралите. Разгледани са дефинициите, основните факти и техниките за пресмятане на неопределени и определени интеграли. Изучени са интеграли от рационални, ирационални и трансцендентни функции. Важна добавка е материалът по обикновени диференциални уравнения, по дробни производни и дробни интеграли и по дробни

диференциални уравнения и системи. Специално внимание е отделено на интегрирането с помощта на системите за правене на математика MATLAB® и Mathematica. Системата Mathematica е създадена от английския математик Стивън Уолфрам. Части от нея са реализирани в интелигентния математически чатбот WolframAlpha, който е със свободен достъп. Системата MATLAB® е разработена от Клиф Молър и Джон Литъл и техните сътрудници, а наименованието MATLAB® идва от MATrix LABoratory и е търговска марка на компанията MathWorks, Inc. Подобни на MATLAB® са системите SCILAB и Octave, които са със свободен достъп. Силата на MATLAB® са разработените многобройни инструментални пакети (Toolboxes), които са набори от програми за решаване на задачи от различни инженерни и математически области. Както се вижда от наименованието, системата MATLAB® е основана на матрични алгоритми за обработка на средни по размер матрици, т.е. на матрици от ред до няколко хиляди. Матрици с по-голям размер се срещат относително рядко в инженерните приложения. Те обикновено са разредени и се обработват със специални алгоритми. При излагане на теорията на определения интеграл като водещо е избрано понятието интеграл по (или на) Нютън. Това е направено както с оглед на по-лесното и естествено възприемане на материала, така и поради обстоятелството, че за практически всички важни за инженерната практика функции обобщеният интеграл по Нютън съществува. Понятието определен интеграл може да се дефинира по много начини. Освен интеграл по Нютън, съществуват още интеграл по Риман, интеграл по Дарбу (еквивалентен на интеграла по Риман, но често по-удобен за пресмятане), интеграл по Стилтес (или по Риман-Стилтес), интеграл по Лебег (или по Лебег-Стилтес), интеграл по Даниел, интеграл по Хаар, интеграл по Хенсток-Курицвайл, интеграл по Хинчин и други. Когато два от определените интегрални от функция върху даден интервал съществуват, примерно в смисъл на Нютън и в смисъл на Риман, то те са равни помежду си. И тук естествено възниква въпросът: защо са ни толкова много различни видове определени интегрални? Отговорите са поне два. Първо, дадена функция може да не е интегрируема в някакъв смисъл, примерно по Нютън, но да е интегрируема в друг смисъл, примерно по Риман. Или обратното. Така въвеждането на различни понятия за определен интеграл разширява нашите възможности за интегриране. Кое то пък е една от най-важните операции в математиката и в много от нейните приложения. Второ, дори когато определеният интеграл съществува в две от указаните по-горе разновидности, то пресмятането му според едната разновидност може да се окаже много по-лесно, отколкото пресмятането му според другата разновидност.

Книгата е организирана в шестнадесет глави. Глава 1 съдържа въведение, в което са представени и целите на изложението, а в Глава 2 са въведени основни означения, включително множества, функции, производни, диференциали, примитивни функции, интегрални и тотални функции. В Глави 3-11 са разгледани граници, непрекъснатост, производни, числено и символно диференциране, полиноми на Тейлър и детайлно изследване на основните класове интегрални - Нютонов, Риманов, Стилтесов, Лебегов и интеграл на Ито - с приложения, реализирани в MATLAB® и WolframAlpha. Анализирани са свойствата и изчислителните техники за различни класове функции, както и практически методи за интегриране. Глава 12 е посветена на символното и численото интегриране и е илюстрирана с практически примери, изпълнени чрез изчислителни системи. В Глава 13 е представено систематично изложение на обикновените диференциални уравнения, включително основни определения, теореми за съществуване и единственост, особени решения, гранични задачи, векторни уравнения, операторни постановки и задачи на Щурм-Лиувил, като са използвани както аналитични, така и изчислителни подходи, с практическа реализация в MATLAB®. В Глава 14 са представени основните дефиниции и

свойства от дробното смятане, включително приложения на дробните производни и интеграли. Особено внимание е отделено на историческото развитие на темата и на някои специални функции - гама и бета-функциите на Ойлер и функцията на Митаг-Лефлер. Представени са някои основни приложения като интегралното уравнение на Абел, вискоеластични модели, електрически преносни линии, електрохимични процеси, биологични системи, дробни дифузионни уравнения, теория на управлението, дробни оператори във физиката и механиката по Лагранж. Глава 15 е посветена на дробните диференциални уравнения, като се разглеждат трансформацията на Лаплас, задачи на Коши, съществуване и единственост на решения, линейни и нелинейни уравнения с производни на Капуто, локални и глобални решения, сравнения на начални задачи и метод на последователните приближения. Анализирани са също хомогенни и нехомогенни линейни уравнения, както и системи от съизмерим и несъизмерим дробен ред. Класически методи от теорията на обикновените диференциални системи са адаптирани към дробния случай, като са включени множество числени примери и упражнения. Последната глава е посветена на практически приложения на MATLAB® и Mathematica за символни и числени изчисления.

Книгата е предназначена за студенти от университетите и другите технически и икономически висши училища, както и за специалистите в областта на техническите и природните науки. Тя може да се използва като учебник по съответните раздели от дисциплината "Математически анализ" от курса по математика на техническите и икономическите университети. За четене на книгата са достатъчни знания от училищния курс по математика. Би било полезно читателят да знае какво е функция, граница и производна, макар че определения на тези понятия са дадени в книгата. За решаване на някои от упражненията и задачите се изискват знания в обема на курса по математика през първата година в техническите и икономическите университети.

ABSTRACTS AND CONTRIBUTIONS OF THE SCIENTIFIC WORK

of

Assistant Professor Ekaterina Borisova Lazarova, PhD

for participation in the contest for the academic position of "Associate Professor"
by field of higher education 4. Natural sciences, mathematics and informatics,
Professional direction 4.5. Mathematics

Specialty "Differential equations"
announced in SG No. 101/ November 27, 2025

Department of Mathematical Analysis and Differential Equations of the Faculty of Applied
Mathematics and Informatics, Technical University of Sofia

Nine (9) scientific publications and one (1) textbook have been submitted for consideration (*see List of Scientific Publications for the Habilitation Procedure*). All publications consist of original research findings published after the doctoral degree was acquired in 2021, and none are included among the materials submitted for the previous application for the position of Assistant Professor in 2022 (*see Comprehensive List of Scientific Publications and Comprehensive Synthesis of Scientific Contributions for Habilitation*). The articles have been published in international, peer-reviewed journals indexed in Web of Science and/or Scopus, including several ranked in the first and second quartiles by established international standards.

I. Scientific Publications

B4. Habilitation Thesis - summaries of scientific publications which are referenced and indexed in world-famous databases with scientific information (Web of Science and Scopus)

This work focuses on fractional differential and functional-differential equations of neutral type, involving Caputo fractional derivatives and fractional derivatives with respect to another function. Qualitative properties of problems with iterated delays have been studied, including existence, uniqueness, integral representations of solutions, and various types of Ulam stability. The analysis has mainly been based on topological methods from functional analysis, such as fixed point theorems (Krasnosel'skii, Banach), weighted norms (in particular, the Bielecki norm), contractions, compact operators, and fractional analogues of Grönwall's inequality. In the habilitation works, standard assumptions on the regularity of initial functions as well as the Lipschitz continuity of the nonlinear terms and the delay functions have been adopted, guaranteeing the well-posedness of the Volterra operator and the applicability of fixed point theorems. In the study of stability, the classical concept and the main idea of Ulam stability have been used. Theoretical results are illustrated by applied examples, including a modified logistic model and a Hopfield neural network model with iterated delays, thereby extending applicability to hierarchical dynamical models and current topics in artificial intelligence.

1. **Madamlieva, E.**; Konstantinov, M. On the Existence and Uniqueness of Solutions for Neutral-Type Caputo Fractional Differential Equations with Iterated Delays: Hyers–Ulam–Mittag–Leffler Stability. *Mathematics* 2025, 13(3), 484.

<https://doi.org/10.3390/math13030484>

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:001418603400001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85217688275?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2024 = 2.2 – Q1), (SCOPUS, SJR 2024 = 0.498 - Q2)

Abstract: This study investigates nonlinear Caputo-type fractional differential equations with iterated delays, focusing on the neutral type. Initially formulated by D. Bainov and the second author of the current paper between 1972 and 1978, these superneutral equations have been extensively studied in scholarly inquiry. The present research seeks to reinvigorate interest in such delays within sophisticated frameworks of differential equations, particularly those involving fractional calculus. The primary objectives are to thoroughly examine neutral-type fractional differential equations with iterated delays and provide novel insights into their existence and uniqueness by applying Bielecki's and Chebyshev's norms for solution constraints analysis. Additionally, this work establishes Hyers–Ulam–Mittag–Leffler stability for these equations.

Contributions:

- Sufficient conditions are derived for the existence and uniqueness of solutions to implicit nonlinear neutral Caputo fractional differential equations with iterated delays.
- Chebyshev and Bielecki weighted norms are employed to control the influence of the iterated delay structure.
- A Hyers–Ulam–Mittag–Leffler stability concept is established, consistent with the dynamics of fractional-order systems.
- A modified fractional logistic model is presented as an illustrative application.

2. Agarwal, R. P.; Konstantinov, M. M.; **Madamlieva, E. B.** Ulam-Type Stability and Krasnosel'skii's Fixed Point Approach for φ -Caputo Fractional Neutral Differential Equations with Iterated State-Dependent Delays. *Fractal and Fractional* 2025, 9(12), 753;

<https://doi.org/10.3390/fractalfract9120753>

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:001647217000001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/105026079386?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2024=3.3 - Q1), (SCOPUS, SJR 2024 = 0.749 - Q2)

Abstract: This work analyses the existence, uniqueness, and Ulam-type stability of neutral fractional functional differential equations with recursively defined state-dependent delays. Employing the Caputo fractional derivative of order $\alpha \in (0, 1)$ with respect to a strictly increasing function φ , the analysis extends classical results to nonuniform memory. The neutral term and delay chain are defined recursively by the solution, with arbitrary continuous initial data. Existence and uniqueness of solutions are established using Krasnosel'skii's fixed point theorem. Sufficient conditions for Ulam–Hyers stability are obtained via the Volterra-type integral form and a φ -fractional Grönwall inequality. Examples illustrate both standard and nonlinear time scales, including a Hopfield neural network with iterated delays, which has not been previously studied even for integer-order equations. Fractional neural networks with iterated state-dependent delays provide a new and effective model for the description of AI processes—particularly machine learning and pattern recognition—as well as for modelling the functioning of the human brain.

Contributions:

- Formulation and rigorous analysis of a new class of neutral fractional functional differential equations with recursively defined, state-dependent delays, governed by the φ -Caputo derivative.
- Establishment of existence and uniqueness results through Krasnosel'skii's fixed point theorem and refined contraction arguments, supported by new inequalities tailored to the iterated delay structure.
- Derivation of explicit, quantitative criteria for Ulam–Hyers stability within this generalized fractional framework. A comparative analysis of geometric and Grönwall-type stability estimates is provided.
- Demonstration of the theoretical findings via illustrative examples and computational simulations.
- Introduction of a Hopfield neural network model incorporating iterated delays, thereby extending the applicability of the developed theory to a novel domain not previously addressed in the literature.

Г7. Scientific publications that are referenced and indexed in world-famous databases with scientific information (Web of Science and Scopus), outside of the habilitation work

Special attention has been devoted, in the present collection of publications, to linear fractional systems with distributed delays, for which integral representations, existence and uniqueness of solutions, and stability have been established under minimal assumptions regarding the regularity of initial functions, including discontinuous functions and those of bounded variation. These results are regarded as a natural continuation of the research undertaken for the candidate's doctoral thesis.

1. **Madamlieva, E.; Milev, M.; Stoyanova, T.** On Stability Criteria Induced by the Resolvent Kernel for a Fractional Neutral Linear System with Distributed Delays. *Mathematics*, Vol. 11 (2023), No. 3, 626, ISSN 2227-7390,

<https://doi.org/10.3390/math11030626>

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:000930745000001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85147886598?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2022 = 2.4 – Q1), (SCOPUS, SJR 2022 = 0.446 – Q2)

Abstract: We consider an initial problem (IP) for a linear neutral system with distributed delays and derivatives in Caputo's sense of incommensurate order, with different kinds of initial functions. In the case when the initial functions are with bounded variation, it is proven that this IP has a unique solution. The Krasnoselskii's fixed point theorem, a very appropriate tool, is used to prove the existence of solutions in the case of the neutral systems. As a corollary of this result, we obtain the existence and uniqueness of a fundamental matrix for the homogeneous system. In the general case, without additional assumptions of boundedness type, it is established that the existence and uniqueness of a fundamental matrix lead existence and uniqueness of a resolvent kernel and vice versa. Furthermore, an explicit formula describing the relationship between the fundamental matrix and the resolvent kernel is proven in the general case too. On the base of the existence and uniqueness of a resolvent kernel, necessary and sufficient conditions for the stability of the zero solution of the homogeneous system are established. Finally, it is considered a well-known economics model to describe the dynamics of the wealth of nations and comment on the possibilities of application of the obtained results for the considered systems, which

include as partial case the considered model.

Contributions:

- A well-posedness is established for linear neutral fractional systems with distributed delays and Caputo derivatives of incommensurate order; admitting broad classes of initial functions, including piecewise continuous functions and functions of bounded variation.
- In the general case (without additional boundedness assumptions on the Stieltjes–Volterra-type kernel in the integral form), a rigorous equivalence is proved between: (i) existence/uniqueness of the fundamental matrix and (ii) existence/uniqueness of the resolvent kernel; an explicit analytical formula linking these objects is derived.
- Based on the resolvent kernel, necessary and sufficient stability criteria for the zero solution of the homogeneous system are obtained, yielding a sharp stability characterization for the considered class.

2. **Madamlieva, E.**; Kiskinov, H.; Petkova, M.; Zahariev, A. On the Preservation with Respect to Nonlinear Perturbations of the Stability Property for Nonautonomous Linear Neutral Fractional Systems with Distributed Delays, *Mathematics*, Vol. 10 (2022), No. 15, 2642.

<https://doi.org/10.3390/math10152642>

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:000839847100001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85136790391?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2022 = 2.4 – Q1), (SCOPUS, SJR 2022 = 0.446 - Q2)

Abstract: In the present paper, sufficient conditions are obtained under which the Cauchy problem for a nonlinearly perturbed nonautonomous neutral fractional system with distributed delays and Caputo type derivatives has a unique solution in the case of initial functions with first-kind discontinuities. For this system, by applying a formula for the integral presentation of the solution of the nonhomogeneous linear neutral fractional system, we found some additional natural conditions to ensure that from the global asymptotic stability of the zero solution of the linear part of the nonlinearly perturbed system, global asymptotic stability of the zero solution of the whole nonlinearly perturbed system follows.

Contributions:

- Existing stability-preservation results for autonomous neutral fractional systems with concentrated delays are extended to a more general nonautonomous setting with distributed delays and Caputo-type fractional derivatives.
- Sufficient conditions are established for existence and uniqueness of solutions to the corresponding Cauchy problem in the case of discontinuous initial functions with first-kind jumps.
- Using an integral representation formula for the nonhomogeneous linear neutral fractional system (with zero initial condition), natural and verifiable conditions are derived ensuring that global asymptotic stability of the zero solution of the linear part implies global asymptotic stability of the zero solution of the full nonlinearly perturbed system.
- The analysis systematically accounts for the interaction between concentrated delays in the neutral term and the lower terminal of the fractional derivative, including the cases when this terminal acts as a regular or irregular jump point of the initial function; this provides a refined stability-transfer mechanism specific to nonautonomous fractional systems with distributed delays.

3. Kiskinov, H.; **Madamlieva, E.**; Zahariev, A. Hyers–Ulam and Hyers–Ulam–Rassias Stability for Linear Fractional Systems with Riemann–Liouville Derivatives and Distributed Delays. *Axioms*, Vol. 12 (2023), No. 7, 637.

<https://doi.org/10.3390/axioms12070637>.

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:001034967300001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85166439783?origin=resultslist>

(*Web of Science, IF 2022: 2.0 - Q2*), (*SCOPUS, SJR 2022: 0.388*)

Abstract: *The aim of the present paper is to study the asymptotic properties of the solutions of linear fractional systems with Riemann–Liouville-type derivatives and distributed delays. We prove under natural assumptions (similar to those used in the case when the derivatives are first (integer) order) the existence and uniqueness of the solutions in the initial problem for these systems with discontinuous initial functions. As a consequence, we also prove the existence of a unique fundamental matrix for the homogeneous system, which allows us to establish an integral representation of the solutions to the initial problem for the corresponding inhomogeneous system. Then, we introduce for the studied systems a concept for Hyers–Ulam in time stability and Hyers–Ulam–Rassias in time stability. As an application of the obtained results, we propose a new approach (instead of the standard fixed point approach) based on the obtained integral representation and establish sufficient conditions, which guarantee Hyers–Ulam-type stability in time. Finally, it is proved that the Hyers–Ulam-type stability in time leads to Lyapunov stability in time for the investigated homogeneous systems.*

Contributions:

- *Under assumptions comparable to those used in the integer-order case, existence and uniqueness of solutions to the initial problem for linear fractional systems with Riemann–Liouville derivatives and distributed delays are established, including for discontinuous initial functions with finitely many jumps.*
- *New notions of Hyers–Ulam stability in time and Hyers–Ulam–Rassias stability in time are introduced for the considered class of fractional systems.*
- *A stability analysis is developed based on the obtained integral representation of solutions, providing an alternative to standard fixed-point approaches and ensuring broad applicability in linear settings.*
- *It is rigorously shown that Hyers–Ulam stability in time implies Lyapunov stability in time for the corresponding homogeneous systems.*

4. Kiskinov, H.; **Madamlieva, E.**; Veselinova, M.; Zahariev, A. On Variation of Constant Formulae for Linear Fractional Delayed System with Lebesgue Integrable Initial Conditions, *AIP Conference Proceedings*, Vol. 2939 (2023), No. 1,

<https://doi.org/10.1063/5.0178529>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85180289736?origin=resultslist>

(*SCOPUS, SJR 2023 = 0.152*)

Abstract: *In the present work is considered the Cauchy (initial) problem (IP) for a linear delayed system with derivatives in Caputo's sense of incommensurate order, distributed delays and locally Lebesgue*

integrable initial functions. For this IP is studied the important problem of existence a formula of variation of constants. The obtained results extend the corresponding ones in the particular cases of fractional systems with constant and variable delays. The proposed conditions are almost the same as the conditions which guarantee the same result in the case of linear differential equations with distributed delays with integer order of differentiation.

Contributions:

- The classical variation-of-constants methodology for delayed differential systems is extended to linear fractional systems with Caputo-type derivatives of incommensurate order and distributed delays.
- An integral representation of solutions is derived for the corresponding initial problem under weak regularity assumptions on the initial data, including locally Lebesgue integrable and locally bounded initial functions.
- The proposed conditions closely parallel those known from the integer-order theory, thereby clarifying the structural similarities and highlighting genuinely fractional features caused by the presence of fractional derivatives.

5. Agarwal, R. P.; **Madamlieva, E.** Analysis of Mild Extremal Solutions of Fractional Nabla Delayed Difference Equations. Mathematics, Vol. 13 (2025), No. 8, 1321

<https://doi.org/10.3390/math13081321>

<https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:001475508800001>

<https://www.scopus.com/pages/publications/105003702122?origin=resultslist>

(Web of Science, IF 2024 = 2.2 – Q1), (SCOPUS, SJR 2024 = 0.498 - Q2)

Abstract: This study investigates extremal solutions for fractional-order delayed difference equations, utilizing the Caputo nabla operator to establish mild lower and upper approximations via discrete fractional calculus. A new approach is employed to demonstrate the uniform convergence of the sequences of lower and upper approximations within the monotone iterative scheme using the summation representation of the solutions, which serves as a discrete analogue to Volterra integral equations. This research highlights practical applications through numerical simulations in discrete bidirectional associative memory neural networks.

Contributions:

- A monotone iterative method of Lakshmikantham based on coupled mild lower and upper solutions is developed for Caputo nabla fractional delayed difference equations.
- A new analytical framework is established to prove uniform convergence of successive approximation sequences, relying on discrete Volterra-type summation representations and fundamental tools of real and functional analysis.
- The influence of the fractional orders on the behaviour of solutions is investigated through numerical experiments, illustrating the theoretical findings.
- The applicability of the proposed approach is demonstrated on discrete neural network models, including bidirectional associative memory (BAM) structures, serving as illustrative examples of structured discrete dynamical systems.

In addition to the contributions in the field of fractional differential equations, two of the papers included in this group are devoted to applications of mathematics. One of these papers places particular emphasis on statistical methods, including elementary statistical techniques, applied to the analysis of local election results. The study aims to identify quantitative patterns, structural characteristics, and observable tendencies in electoral data, thereby contributing to a clearer understanding of the processes

underlying political and economic dynamics at national and regional levels. Furthermore, another paper addresses errors arising in computer algorithms used for solving computational problems in mathematical analysis and matrix algebra. Such errors are of particular importance in real-time or safety-critical applications, where numerical inaccuracies may lead to significant material losses or other serious adverse consequences.

6. Konstantinov, M.M.; Petkov, P.H.; **Madamlieva, E.B.** Brute Force Computations and Reference Solutions. *Foundations*, Vol. 5 (2025), No. 7.

<https://doi.org/10.3390/foundations5010007>

https://www.webofscience.com/wos/allldb/full-record/RC:139630698_S24

(Web of Science, Research Commons)

Abstract: *In this paper, we consider the application of brute force computational techniques (BFCTs) for solving computational problems in mathematical analysis and matrix algebra in a floating-point computing environment. These techniques include, among others, simple matrix computations and the analysis of graphs of functions. Since BFCTs are based on matrix calculations, the program system MATLAB® is suitable for their computer realization. The computations in this paper are completed in double precision floating-point arithmetic, obeying the 2019 IEEE Standard for binary floating-point calculations. One of the aims of this paper is to analyze cases where popular algorithms and software fail to produce correct answers, failing to alert the user. In real-time control applications, this may have catastrophic consequences with heavy material damage and human casualties. It is known, or suspected, that a number of man-made catastrophes such as the Dharhan accident (1991), Ariane 5 launch failure (1996), Boeing 737 Max tragedies (2018, 2019) and others are due to errors in the computer software and hardware. Another application of BFCTs is finding good initial guesses for known computational algorithms. Sometimes, simple and relatively fast BFCTs are useful tools in solving computational problems correctly and in real time. Among particular problems considered are the genuine addition of machine numbers, numerically stable computations, finding minimums of arrays, the minimization of functions, solving finite equations, integration and differentiation, computing condensed and canonical forms of matrices and clarifying the concepts of the least squares method in the light of the conflict remainders vs. errors. Usually, BFCTs are applied under the user's supervision, which is not possible in the automatic implementation of computational methods. To implement BFCTs automatically is a challenging problem in the area of artificial intelligence and of mathematical artificial intelligence in particular. BFCTs allow to reveal the underlying arithmetic in the performance of computational algorithms. Last but not least, this paper has tutorial value, as computational algorithms and mathematical software are often taught without considering the properties of computational algorithms and machine arithmetic.*

Contributions:

- *Numerical errors in floating-point computations are analysed in the context of computational problems in mathematical analysis and matrix algebra, with emphasis on real-time and safety-critical applications.*
- *Failure cases in widely used algorithms and software are identified and discussed as potential sources of undetected incorrect outputs.*
- *Brute-force computational techniques are demonstrated as reliable tools for validation and for constructing reference solutions and robust initial guesses.*

7. Konstantinov, M.; Boneva, J.; Pavloff, J.; Konstantinov, S.; **Madamlieva, E.** Mathematics of the 2023 Local Elections in Bulgaria, *International Journal of Applied Mathematics*, Vol. 36 (2023), No. 6, 865-883 ISSN: 1311-1728 (printed version); ISSN: 1314-8060 (on-line version)

<http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v36i6.9>

<https://www.scopus.com/pages/publications/85191830216?origin=resultlist>

(SCOPUS, SJR 2024 = 0.304 - Q3)

Abstract: *The paper is devoted to the mathematical aspects of the nationwide local elections held in Bulgaria on October 29 and November 5, 2023. In particular Pearson correlation between voting for municipal mayors and municipal councilors in large municipalities is analyzed. Mobilization coefficients of candidates are introduced and studied for both local and presidential elections. Eligibility margins of independent candidates, reversals in runoffs and paradoxes in local elections are also studied. Most of these issues are considered for the first time. Thus the aphorism "Elections are cross point of law and mathematics" is illustrated.*

Contributions:

- *Statistical and mathematical methods, including elementary statistical techniques, are applied to the analysis of local election data in Bulgaria in order to extract quantitative patterns and structural characteristics.*
- *The results contribute to the identification of observable tendencies in electoral dynamics and support an evidence-based understanding of underlying political and socio-economic processes at national and regional levels.*

II. Textbooks

Ekaterina Madamlieva, Mihail Konstantinov, Juliana Boneva, Petko Petkov, *DERIVATIVES, INTEGRALS AND DIFFERENTIAL EQUATIONS (WITH MATLAB® EXAMPLES)* (in Bulgarian).

ISBN 978-954-724-191-6. University of Architecture, Civil Eng. and Geodesy, Sofia, 2026. Print: "St. Kliment Ohridski" University Press. unipress.bg

This book is a thoroughly revised and substantially expanded edition of a textbook originally written by the second author, with a particular emphasis on integrals. It presents definitions, fundamental results, and computational techniques for both indefinite and definite integrals, and examines integrals of rational, irrational, and transcendental functions. A major addition is the inclusion of material on ordinary differential equations, fractional derivatives, fractional integrals, and fractional differential equations.

Special attention is devoted to integration using mathematical software systems such as MATLAB® and Mathematica. The Mathematica system, created by Stephen Wolfram, together with the freely accessible WolframAlpha, is introduced. MATLAB®, developed by Cleve Moler and John Little, is likewise presented; it is based on matrix algorithms designed for the processing of matrices of moderate size, as typically encountered in engineering applications.

In the exposition of definite integrals, the Newton integral is adopted as the fundamental concept, owing to its clarity and broad applicability to functions of practical relevance in engineering. Various definitions of the definite integral are discussed, including the Newton, Riemann, Darboux, Stieltjes, Lebesgue, Daniell, Haar, Henstock–Kurzweil, and Khinchin integrals. This diversity of approaches expands the class of integrable functions and may simplify computation, since a given function may be integrable in one sense but not in another, or one definition may be more suitable for practical calculation.

The book is organised into sixteen chapters. Chapter 1 provides an introduction, outlining the motivation and objectives of the work, while Chapter 2 introduces essential notation, including sets, functions, derivatives, differentials, primitives, integrals, and total functions. Chapters 3 to 11 address limits, continuity, derivatives, numerical and symbolic differentiation, Taylor polynomials, and a detailed study of the principal classes of integrals—Newton, Riemann, Stieltjes, Lebesgue, and Itô—with applications implemented in MATLAB® and WolframAlpha. The properties and computational techniques associated with various classes of functions, together with practical integration methods, are examined. Chapter 12 is devoted to symbolic and numerical integration, illustrated by practical examples employing computational systems.

Chapter 13 presents a systematic treatment of ordinary differential equations, including fundamental definitions, existence and uniqueness theorems, singular solutions, boundary value problems, vector equations, operator formulations, and Sturm–Liouville problems, using both analytical and computational approaches, with practical implementation in MATLAB®.

Chapter 14 introduces the theory of fractional calculus, presenting the principal definitions, properties, and applications of fractional integrals and derivatives. Particular attention is given to the historical development of the subject and to special functions, including Euler’s gamma and beta functions and the Mittag–Leffler function. Applications are discussed such as Abel’s integral equation, viscoelastic models, electrical transmission lines, electrochemical processes, biological systems, fractional diffusion equations, control theory, and fractional operators in physics and Lagrangian mechanics.

Chapter 15 is devoted to fractional differential equations, covering Laplace transforms, Cauchy problems, existence and uniqueness of solutions, linear and nonlinear equations involving Caputo derivatives, global and local solutions, comparisons of initial value problems, and methods of successive approximations. Homogeneous and non-homogeneous linear equations, as well as systems of commensurate and incommensurate fractional order, are also examined. Classical methods from the theory of ordinary differential systems are adapted to the fractional setting, and numerous numerical examples and exercises are provided.

The final chapter is devoted to practical applications of MATLAB® and Mathematica for symbolic and numerical computation. The book is intended for university students and professionals in technical and economic fields and may serve as a textbook for courses in mathematical analysis. No knowledge beyond the standard school mathematics curriculum is required; however, basic familiarity with polynomials, functions, limits, and derivatives is assumed, with formal definitions provided in the text. Some exercises require knowledge at the level of a first-year university mathematics course at technical institutions. The style of the book is intended to be that of “a book for reading”, with the aim of making advanced topics accessible to a broad readership.

ASSIST. PROF. EKATERINA BORISOVA LAZAROVA, PHD